

Лабораторна робота №5

Функціональне програмування на F#

Варіанти завдань

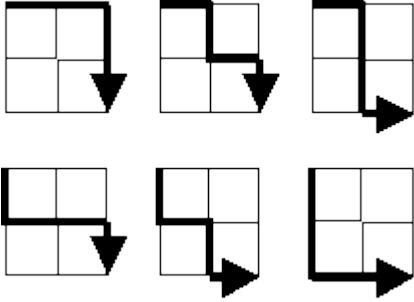
1	Кратні 3 і 5	Якщо ми всі натуральні числа менше 10, кратні 3 або 5, ми отримуємо 3, 5, 6 і 9. Сума цих кратних 23. Знайти суму всіх чисел, кратних 3 або 5 нижче 1000.
2	Числа Фібоначчі	Кожен новий член послідовності Фібоначчі генерується шляхом додавання двох попередніх умов. Починаючи з 1 і 2, перші 10 будуть: 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... Розглядаючи послідовність Фібоначчі, значення яких не перевищують чотири мільйони, знайти суму парних.
3	Найбільший множник	Множники числа 13195: 5, 7, 13 і 29. Яке просте число є найбільшим множником числа 600851475143?
4	Найбільший паліндром	ПАЛІНДРОМНИЙ номер читається однаково в обох напрямках. Найбільший паліндром зроблений з добутку двох 2-значних чисел $9009 = 91 \times 99$. Знайти найбільше паліндром, зроблений з добутку двох 3-значних чисел.
5	Найменший дільник	+2520 - найменше число, яке можна розділити на кожне з чисел від 1 до 10 без залишку. Яке найменше позитивне число, яке ділиться на всі числа від 1 до 20?
6		Сума квадратів перших десяти натуральних чисел, $1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 = 385$ Квадрат суми перших десяти натуральних чисел, $(1 + 2 + \dots + 10)^2 = 55^2 = 3025$ Отже, різниця між сумою квадратів перших десяти натуральних чисел і площею квадрата суми $3025 - 385 = 2640$. Знайти різницю між сумою квадратів перших ста натуральних чисел і квадратом суми
7		Перераховуючи перші шість простих чисел: 2, 3, 5, 7, 11 і 13, ми бачимо, що 6-е просте число 13. Що таке 10 001-е просте число?

8		<p>Чотири суміжних цифри в 1000-значне число, що мають найбільше добуток $9 \times 9 \times 8 \times 9 = 5832$.</p> <p>73167176531330624919225119674426574742355349194934 96983520312774506326239578318016984801869478851843 85861560789112949495459501737958331952853208805511 12540698747158523863050715693290963295227443043557 66896648950445244523161731856403098711121722383113 62229893423380308135336276614282806444486645238749 30358907296290491560440772390713810515859307960866 70172427121883998797908792274921901699720888093776 65727333001053367881220235421809751254540594752243 52584907711670556013604839586446706324415722155397 53697817977846174064955149290862569321978468622482 83972241375657056057490261407972968652414535100474 82166370484403199890008895243450658541227588666881 16427171479924442928230863465674813919123162824586 17866458359124566529476545682848912883142607690042 24219022671055626321111109370544217506941658960408 07198403850962455444362981230987879927244284909188 84580156166097919133875499200524063689912560717606 05886116467109405077541002256983155200055935729725 71636269561882670428252483600823257530420752963450</p> <p>Знайти тринадцятеро сусідніх цифр у 1000-значному числі, які мають найбільший добуток. Яке значення цього продукту?</p>
9	<p>Спеціальний Піфагора триплет</p>	<p>Піфагорійський триплет являє собою набір з трьох натуральних чисел, $a < b < c$, для якої $a^2 + b^2 = c^2$</p> <p>Наприклад, $4^2 + 3^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.</p> <p>Та існує рівно один триплет Піфагора, для яких $A + B + C = 1000$. Знайти ABC.</p>
10	<p>Підсумовування простих чисел</p>	<p>Сума простих чисел нижче $10 \ 2 + 3 + 5 + 7 = 17$.</p> <p>Знайти добуток всіх простих чисел менше двох мільйонів.</p>
11		<p>У 20×20 сітки нижче, чотири номери уздовж діагональної лінії були відзначені червоним кольором.</p> <p>08 02 22 97 38 15 00 40 00 75 04 05 07 78 52 12 50 77 91 08 49 49 99 40 17 81 18 57 60 87 17 40 98 43 69 48 04 56 62 00 81 49 31 73 55 79 14 29 93 71 40 67 53 88 30 03 49 13 36 65 52 70 95 23 04 60 11 42 69 24 68 56 01 32 56 71 37 02 36 91 22 31 16 71 51 67 63 89 41 92 36 54 22 40 40 28 66 33 13 80 24 47 32 60 99 03 45 02 44 75 33 53 78 36 84 20 35 17 12 50 32 98 81 28 64 23 67 10 26 38 40 67 59 54 70 66 18 38 64 70 67 26 20 68 02 62 12 20 95 63 94 39 63 08 40 91 66 49 94 21 24 55 58 05 66 73 99 26 97 17 78 78 96 83 14 88 34 89 63 72 21 36 23 09 75 00 76 44 20 45 35 14 00 61 33 97 34 31 33 95 78 17 53 28 22 75 31 67 15 94 03 80 04 62 16 14 09 53 56 92 16 39 05 42 96 35 31 47 55 58 88 24 00 17 54 24 36 29 85 57</p>

	<p>86 56 00 48 35 71 89 07 05 44 44 37 44 60 21 58 51 54 17 58 19 80 81 68 05 94 47 69 28 73 92 13 86 52 17 77 04 89 55 40 04 52 08 83 97 35 99 16 07 97 57 32 16 26 26 79 33 27 98 66 88 36 68 87 57 62 20 72 03 46 33 67 46 55 12 32 63 93 53 69 04 42 16 73 38 25 39 11 24 94 72 18 08 46 29 32 40 62 76 36 20 69 36 41 72 30 23 88 34 62 99 69 82 67 59 85 74 04 36 16 20 73 35 29 78 31 90 01 74 31 49 71 48 86 81 16 23 57 05 54 01 70 54 71 83 51 54 69 16 92 33 48 61 43 52 01 89 19 67 48</p> <p>Добуток цих чисел $26 \times 63 \times 78 \times 14 = 1788696$.</p> <p>Яке найбільше добуток чотирьох сусідніх чисел в тому ж напрямку (вгору, вниз, вліво, вправо, або по діагоналі) в 20×20 сітки?</p>
12	<p>Добуток цих трикутних чисел утворюється шляхом складання натуральних чисел. Так добуток-й номер трикутник буде $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. Добуток цих терміни будуть:</p> <p>1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...</p> <p>Давайте перерахуємо дільники перших семи трикутних чисел:</p> <p>1: 1 3: 1,3 6: 1,2,3,6 10: 1,2,5,10 15: 1,3,5,15 21: 1,3,7,21 28: 1,2,4,7,14,28</p> <p>Ми бачимо, що 28 є першим трикутним числом, який має п'ять дільників.</p> <p>Яке буде значення трикутного числа, щоб воно мало більше п'ятисот дільників?</p>
13	<p>Розробити добуток цифр суми наступних ста 50-значних чисел.</p> <p>37107287533902102798797998220837590246510135740250 46376937677490009712648124896970078050417018260538 74324986199524741059474233309513058123726617309629 91942213363574161572522430563301811072406154908250 23067588207539346171171980310421047513778063246676 89261670696623633820136378418383684178734361726757 28112879812849979408065481931592621691275889832738 44274228917432520321923589422876796487670272189318 47451445736001306439091167216856844588711603153276 70386486105843025439939619828917593665686757934951 62176457141856560629502157223196586755079324193331 64906352462741904929101432445813822663347944758178 92575867718337217661963751590579239728245598838407 58203565325359399008402633568948830189458628227828 80181199384826282014278194139940567587151170094390</p>

35398664372827112653829987240784473053190104293586
86515506006295864861532075273371959191420517255829
71693888707715466499115593487603532921714970056938
54370070576826684624621495650076471787294438377604
53282654108756828443191190634694037855217779295145
36123272525000296071075082563815656710885258350721
45876576172410976447339110607218265236877223636045
17423706905851860660448207621209813287860733969412
81142660418086830619328460811191061556940512689692
51934325451728388641918047049293215058642563049483
62467221648435076201727918039944693004732956340691
15732444386908125794514089057706229429197107928209
55037687525678773091862540744969844508330393682126
18336384825330154686196124348767681297534375946515
80386287592878490201521685554828717201219257766954
78182833757993103614740356856449095527097864797581
16726320100436897842553539920931837441497806860984
48403098129077791799088218795327364475675590848030
87086987551392711854517078544161852424320693150332
59959406895756536782107074926966537676326235447210
69793950679652694742597709739166693763042633987085
41052684708299085211399427365734116182760315001271
65378607361501080857009149939512557028198746004375
35829035317434717326932123578154982629742552737307
94953759765105305946966067683156574377167401875275
88902802571733229619176668713819931811048770190271
25267680276078003013678680992525463401061632866526
36270218540497705585629946580636237993140746255962
24074486908231174977792365466257246923322810917141
91430288197103288597806669760892938638285025333403
34413065578016127815921815005561868836468420090470
23053081172816430487623791969842487255036638784583
11487696932154902810424020138335124462181441773470
63783299490636259666498587618221225225512486764533
67720186971698544312419572409913959008952310058822
95548255300263520781532296796249481641953868218774
76085327132285723110424803456124867697064507995236
37774242535411291684276865538926205024910326572967
23701913275725675285653248258265463092207058596522
29798860272258331913126375147341994889534765745501
18495701454879288984856827726077713721403798879715
38298203783031473527721580348144513491373226651381
34829543829199918180278916522431027392251122869539
40957953066405232632538044100059654939159879593635
29746152185502371307642255121183693803580388584903
41698116222072977186158236678424689157993532961922
62467957194401269043877107275048102390895523597457
23189706772547915061505504953922979530901129967519
86188088225875314529584099251203829009407770775672
11306739708304724483816533873502340845647058077308
82959174767140363198008187129011875491310547126581
97623331044818386269515456334926366572897563400500

	<p>42846280183517070527831839425882145521227251250327 55121603546981200581762165212827652751691296897789 32238195734329339946437501907836945765883352399886 75506164965184775180738168837861091527357929701337 62177842752192623401942399639168044983993173312731 32924185707147349566916674687634660915035914677504 99518671430235219628894890102423325116913619626622 73267460800591547471830798392868535206946944540724 76841822524674417161514036427982273348055556214818 97142617910342598647204516893989422179826088076852 87783646182799346313767754307809363333018982642090 10848802521674670883215120185883543223812876952786 71329612474782464538636993009049310363619763878039 62184073572399794223406235393808339651327408011116 66627891981488087797941876876144230030984490851411 60661826293682836764744779239180335110989069790714 85786944089552990653640447425576083659976645795096 66024396409905389607120198219976047599490197230297 64913982680032973156037120041377903785566085089252 16730939319872750275468906903707539413042652315011 94809377245048795150954100921645863754710598436791 78639167021187492431995700641917969777599028300699 15368713711936614952811305876380278410754449733078 40789923115535562561142322423255033685442488917353 44889911501440648020369068063960672322193204149535 41503128880339536053299340368006977710650566631954 81234880673210146739058568557934581403627822703280 82616570773948327592232845941706525094512325230608 22918802058777319719839450180888072429661980811197 77158542502016545090413245809786882778948721859617 72107838435069186155435662884062257473692284509516 20849603980134001723930671666823555245252804609722 53503534226472524250874054075591789781264330331690</p>
14	<p>Наступна ітеративна послідовність визначається для множини натуральних чисел:</p> <p>$N \rightarrow N / 2$ (n чотно) $n \rightarrow 3n + 1$ (n непарне)</p> <p>Використовуючи правило вище, і, починаючи з 13, ми генеруємо добуток:</p> <p>$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$</p> <p>Видно, що ця послідовність (починаючи з 13 і закінчуючи 1) містить 10 елементів.</p> <p>Який стартовий номер, під мільйон, виробляє добуток добуток?</p>
15	<p>Починаючи з верхнього лівого кута, 2×2 сітки, а тільки можливість рухатися вправо і вниз, там точно 6 маршрутів до правого нижнього кута.</p>

	 <p>Скільки таких маршрути маємо за 20×20 сітки?</p>
16	<p>$2^{15} = 32768$, а сума його цифр $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$.</p> <p>Якою є сума цифр числа 2^{1000}?</p>
17	<p>Якщо цифри від 1 до 5, написані прописом: один, два, три, чотири, п'ять, після цього там $3 + 3 + 5 + 4 + 4 = 19$ літери, використовувані в загальній складності.</p> <p>Якщо всі числа від 1 до 1000 (тисячі) включно були виписані в словах, скільки листів буде використовуватися?</p> <p>ПРИМІТКА: Не розраховуйте прогалини і дефіси.</p>
18	<p>Починаючи у вершині трикутника нижче і перехід до сусідніх чисел в рядку нижче, загальний максимальний обсяг зверху вниз 23.</p> <p>3 7 4 2 4 6 8 5 9 3</p> <p>Тобто, $7 + 3 + 4 + 9 = 23$.</p> <p>75 95 64 17 47 82 18 35 87 10 20 04 82 47 65 19 01 23 75 03 34 88 02 77 73 07 63 67 99 65 04 28 06 16 70 92 41 41 26 56 83 40 80 70 33 41 48 72 33 47 32 37 16 94 29 53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14 70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57 91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48 63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31 04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23</p>

		<p>Знайти максимальне загального зверху донизу нижче трикутника:</p> <p>ПРИМІТКА: Як є тільки 16384 маршрути, можна вирішити цю проблему застосовуючи кожен маршрут.</p>
19		<p>Вам надається наступна інформація, але ви можете віддати перевагу до зробити деякі дослідження для себе.</p> <p>1 січня 1900 був понеділок. Тридцять днів має вересень, Квітень, червень і листопад. Всі інші мають тридцять один, Лютий має двадцять вісім. А на високосні роки двадцять дев'ять. Високосний рік - будь-який рік, який ділиться на 4.</p> <p>Скільки неділей припадає на перше число місяця, протягом XX століття (1 січня 1901 - 31 грудня 2000)?</p>
20		<p>$n!$ означає $n \times (n - 1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$</p> <p>Наприклад, $10! = 10 \times 9 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$, а сума цифр числа $10!$ це $3 + 6 + 2 + 8 + 8 + 0 + 0 = 27$.</p> <p>Знайти суму цифр в числі $100!$</p>
21		<p>Нехай $d(n)$ визначається як сума власних дільників n (числа менше, ніж n, які ділять рівномірно на n).</p> <p>Якщо $d(a) = b$ і $d(b) = a$, де $a \neq b$, то a і b є дружна пара, і кожен з a і b називаються дружніми числами.</p> <p>Наприклад, належні дільники 220 є 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 і 110; тому $d(220) = 284$. Відповідні дільники 284: 1, 2, 4, 71 і 142; так $d(284) = 220$.</p> <p>Оцінити суму всіх дружніх чисел при 10000.</p>
22		<p>Використання names.txt (клацніть правою кнопкою миші і 'Save Link / Target As ...'), текстовий файл, що містить в 46К понад п'яти тисяч імен, виконати сортування його в алфавітному порядку. Тоді визначте алфавітне значення для кожного імені, помножив це значення на його позиції в алфавітному в списку, щоб отримати нумерологічну оцінку імені.</p> <p>Наприклад, коли список відсортований в алфавітному порядку, Колін, що складає $15 + 3 + 12 + 9 + 14 = 53$, є дев'ятсот тридцять восьмому ім'я в списку. Так, Колін б отримати оцінку $938 \times 53 = 49714$.</p> <p>Яка є сума всіх оцінок імен у файлі?</p>

23		<p>Досконале число є число, для якого сума його дільників в точності дорівнює числу. Наприклад, сума відповідних дільників 28 буде $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$, що означає, що 28 є ідеальним числом.</p> <p>Ряд n називається дефіцитом, якщо сума його дільників менше n, і називається в надлишку, якщо ця сума перевищує n.</p> <p>У 12 є найменшим надлишкове число, $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$, найменше число, яке може бути представлене у вигляді суми двох надлишкових чисел 24. Згідно математичного аналізу, можна показати, що всі цілі числа, що перевищують 28123 можна записати у вигляді суми двох надлишкових чисел. Тим не менш, ця верхня межа не може бути зменшена далі за допомогою аналізу, хоча відомо, що найбільша кількість, яке не може бути виражене як сума двох надлишкових чисел менше цієї межі.</p> <p>Знайти суму всіх позитивних цілих чисел, які не можуть бути записані як сума двох надлишкових чисел.</p>
24		<p>Перестановка є впорядковане розташування об'єктів. Наприклад, 3124 є однією з можливих перестановок цифр 1, 2, 3 і 4. Якщо всі перестановки наведені чисельно або в алфавітному порядку, ми називаємо його лексикографічний порядок. Лексикографічному перестановки 0, 1 і 2:</p> <p>+021 102 012 120 201 210</p> <p>Яка є мільйонна лексикографічна перестановка цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 і 9?</p>
25		<p>Послідовність Фібоначчі є рекурентним співвідношенням:</p> <p>$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, де $F_1 = 1$, $F_2 = 1$.</p> <p>Звідси перші 12 значень будуть:</p> <p>$F_1 = 1$ $F_2 = 1$ $F_3 = 2$ $F_4 = 3$ $F_5 = 5$ $F_6 = 8$ $F_7 = 13$ $F_8 = 21$ $F_9 = 34$ $F_{10} = 55$ $F_{11} = 89$ $F_{12} = 144$</p>

		<p>12-е число F_{12}, перше яке має три цифри.</p> <p>Який є індекс першого числа в послідовності Фібоначі який містить тисячу цифр?</p>
--	--	---

Написати програми, реалізуючі завдання на мові F# та мові Lisp.