

## **Лабораторна робота №1. КОМБІНАТОРНІ МЕТОДИ У ЛІНГВІСТИЦІ**

**Мета роботи:** В даній роботі зроблений огляд типових задач комбінаторики. Знання та розуміння комбінаторних схем, вміння їх застосувати є важливим при для теоретичного аналізу текстів. Зацікавленому студентові рекомендується звернутися до спеціальної літератури.

### **ЗАВДАННЯ**

Розв'язати завдання, подані у додатку, відповідно до свого порядкового номеру у списку групи. При оформленні лабораторної роботи дотримуватись вимог, які наведені в методичних вказівках. Оцінювання виконаної лабораторної роботи проводиться згідно кількості правильно розв'язаних завдань з відповідного варіанту. Завдання лабораторної роботи мають три рівня складності. Оцінювання виконання завдань першого рівня в п'ятибальній системі відповідає оцінці “задовільно”, другий рівень – “добре”, третій – “відмінно”.

### **ВИМОГИ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ**

1. Кожен студент отримує набір завдань відповідно до свого порядкового номеру у списку групи або відповідно до номеру залікової книжки.
2. Звіт про виконання роботи оформляється у вигляді завдань та розв'язку до них.
3. Звіт акуратно оформляється на аркушах А4 та скріпляється скріпкою.
4. Звіт про виконання лабораторної роботи необхідно захистити у строго визначені терміни.
5. Загальний принцип оформлення титульного листа лабораторної роботи.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 1

**Перший рівень**

1. Зобразити на координатній площині декартовий добуток множин  $A \times B$  та  $B \times A$ . У задачі *b)* виписати також всі елементи декартового добутку.  
*a)*  $A = \{x : x \in \mathbb{R}, 3 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{R}, 3 \leq x \leq 6\}$   
*b)*  $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, 3 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{Z}, 3 \leq x \leq 6\}$
2. Український алфавіт складається з 33 букв. Скільки ланцюжків з  $m = 2$  букв можна утворити з букв цього алфавіту, якщо повторення букв дозволені? Розв'язати цю задачу також для  $m = 3$ .
3. Дані натуральні числа від 1 до 20. Скількома способами можна вибрати з них 4 числа так, щоб їх сума була парним числом?
4. Побудувати розклад  
*a)*  $(x+y)^5$ ; *б)*  $(x-y)^5$ ; *в)*  $(x+y)^6$ ; *г)*  $(x-y)^6$ .

**Другий рівень**

5. Скількома способами можна поселити 12 студентів у 4 кімнати гуртожитку, поселяючи по 3 студенти у кожній?
6. Довести комбінаторними міркуваннями (тобто використовуючи тільки визначену кількість сполук) рівність  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ .
7. Яка кількість матриць можна скласти із  $n$  рядків та  $m$  стовпців з елементами із множини  $\{0,1\}$ ?
8. Довести, що непарна кількість предметів можна обрати із  $n$  предметів  $2^{n-1}$  способами.

**Третій рівень**

9. Поїзду, в котрому знаходиться  $n$  пасажирів, треба зробити  $m$  зупинок. Скількома способами можуть розподілитися пасажирів між цими зупинками?
10. Скількома способами можна розділити колоду із 36 карт пополам так, щоби в кожній пачці було по два тузи?
11. Скількома способами можна скласти триколірний прапор, якщо є матеріал 5 різних кольорів? Та ж задача, якщо одна зі смуг повинна бути червоною.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 2**

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{x, y\}$ ,  $C = \{0, 1\}$ . Визначити:
  - a)  $A \times B \times C$ ;
  - b)  $C \times B \times A$ ;
  - c)  $C \times A \times B$ ;
  - d)  $B \times B \times B$ .
2. Український алфавіт складається з 33 букв. Скільки ланцюжків з  $m = 2$  букв можна утворити з букв цього алфавіту, якщо повторення букв не дозволені? Розв'язати цю задачу також для  $m = 3$ .
3. Дані натуральні числа від 1 до 40. Скількома способами можна вибрати з них 4 числа так, щоб їх сума була непарним числом?
4. Визначити коефіцієнт
  - a) при  $x^5 y^8$  у розкладі  $(x + y)^{13}$ ;
  - б) при  $x^{14} y^{11}$  у розкладі  $(x + y)^{25}$ .

**Другий рівень**

5. Скількома способами можна поселити 12 студентів у 3 кімнати гуртожитку, поселяючи по 4 студенти у кожній?
6. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  у невід'ємних цілих числах при обмеженнях  $x_1 \geq 1; x_2 \geq 2; x_3 \geq 3$ .
7. Скількома способами можна скласти трьохколовий прапор, якщо є матеріал 5 різних кольорів? Та ж задача, якщо одна із смуг повинна бути червоною.
8. Скількома способами можна посадити рядом 3 англійців, 3 французів та 3 німців так, щоби ніяких три співвітчизника не сиділи разом?

**Третій рівень**

9. Скільки можна скласти перестановок із  $n$  елементів, в яких дані  $m$  елементів не стоять поряд в будь-якому порядку?
10. Скількома способами можна розкласти 10 книг в 5 бандеролей по 2 книги в кожному (порядок бандеролей не приймається до уваги)?
11. Скільки учасників у шаховому турнірі, якщо відомо, що кожний учасник зіграв з кожним з решти, а всього було зіграно 210 партій?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 3

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ . Визначити:
  - a)  $A \cap B$ ;
  - b)  $A \cup B$ ;
  - c)  $A/B$ ;
  - d)  $B/A$ .
2. Використовуючи словник визначити, скільки слів з двох та трьох букв допущені нормами української мови.
3. Скільки можна утворити чисел з простих дільників числа 2310, які мають 2 різні прості дільники?
4. Скільки членів у розкладі  $(x+y)^{100}$  ?

**Другий рівень**

5. Скількома способами можна поділити 20 спортсменів на 4 команди з баскетболу по 5 чоловік у кожній?
6. Розв'язати систему: 
$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2}; \\ C_x^2 = 153. \end{cases}$$
7. Потрібно послати 6 термінових листів. Скількома способами це можна зробити, якщо будь-який лист можна передати з будь-яким із 3 кур'єрів?
8. В колоді 52 карти. В скількох випадках при виборі із колоди 10 карт серед них будуть:
  - a. рівно один туз;
  - b. хоча би один туз;
  - c. не менше двох тузів;
  - d. рівно два тузи?

**Третій рівень**

9. Скільки бітових рядків можна утворити з 4 одиниць та 12 нулів, якщо кожний рядок обов'язково повинен починатись з 1 і після кожної 1 має бути принаймні два 0?
10. Скількома способами можна розкласти 9 книг в 4 бандеролі по 2 книги і в 1 бандероль 1 книгу (порядок бандеролей не приймається до уваги)?
11. Скільки учасників у шаховому турнірі, якщо відомо, що кожний учасник зіграв з кожним з решти, а всього було зіграно 210 партій?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 4

**Перший рівень**

1. Знайти множини  $A$  та  $B$ , якщо  $A/B = \{1, 5, 7, 8\}$ ;  $B/A = \{2, 10\}$ ;  $A \cap B = \{3, 6, 9\}$ .
2. Англійський алфавіт складається з 26 букв. Скільки ланцюжків з  $m = 2$  букв можна утворити з букв цього алфавіту, якщо повторення букв дозволені? Розв'язати цю задачу також для  $m = 3$ .
3. Скільки можна утворити чисел з простих дільників числа 4620, які мають 2 прості дільники?
4. Скільки п'ятизначних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, якщо:
  - перша та остання цифри – парні;
  - цифри не можуть повторюватись.

**Другий рівень**

5. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$ , де  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  – невід'ємні цілі числа такі, що:
  - а)  $x_i \geq 1$ ; б)  $x_i \geq 2$  для  $j = 1, 2, 3, 4, 5$ ; в)  $0 \leq x_i \leq 10$ ;
6. Доведіть:  $nC_{n-1}^{m-1} = mC_n^m$ .
7. В одного студента 7 книг, у іншого 9 різних книг. Скількома способами вони можуть обміняти одну книгу одного на одну книгу іншого?
8. Скількома способами можна обрати 6 карт із колоди, що має 52 карти, так, щоби серед них були карти кожної масті?

**Третій рівень**

9. Визначити 5-й член розкладу бінома  $\left(\frac{a}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{a}\right)^n$ , якщо відношення коефіцієнта 3-го члена до коефіцієнта 2-го члена дорівнює  $\frac{11}{2}$ . У задачі члени бінома нумеруються від 1 до  $n+1$ :  
 $(x \pm y)^n = \sum_{j=0}^n T_{j+1}$ , де  $T_{j+1} = (\pm 1)^j C_n^j x^{n-j} y^j$
10. Скількома способами можна розкласти 9 книг в 3 бандеролі по 3 книги в кожному (порядок бандеролей не приймається до уваги)?
11. Довести, що наступні числа:  $\frac{(3n)!}{2^n 3^n}$ ,  $\frac{(n^2)!}{n^n}$  є цілими.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 5

**Перший рівень**

1.  $A$  та  $B$  – множини. Довести  $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ .
2. Англійський алфавіт складається з 26 букв. Скільки ланцюжків з  $m = 2$  букв можна утворити з букв цього алфавіту, якщо повторення букв не дозволені? Розв'язати цю задачу також для  $m = 3$ .
3. Скількома способами можна поставити на полицю 10 книжок, якщо:
  - а) серед них є один тритомник та всі томи тритомника повинні стояти поруч у довільному порядку?
  - б) всі томи тритомника повинні стояти поруч у порядку зростання номерів томів?
4. Скільки різних рядків можна утворити з слова MISSISSIPPI, використовуючи всі літери? Скільки з цих рядків починаються та закінчуються літерою S? У скількох таких рядках всі 4 літери S стоять поруч?

**Другий рівень**

5. Визначити кількість додатних цілих чисел менших за 1.000.000 таких, що сума їх цифр дорівнює 19.
6. Скількома способами можна скласти триколірний прапор, якщо є матеріал 5 різних кольорів? Та ж задача, якщо одна зі смуг повинна бути червоною.
7. Скільки різних словників потрібно видати, щоби можна було переводити з будь-якої із даних  $n$  мов на будь-яку іншу мову цієї ж множини?
8. На залізо дорожній станції є  $m$  світлофорів. Скільки може бути подано різних сигналів, якщо кожний світлофор має три стани: червоний, жовтий та зелений?

**Третій рівень**

9. В розіграші першості світу по футболу беруть участь 20 команд. Яку найменшу кількість ігор повинно бути зіграно, щоби серед будь-яких трьох команд знайшлись дві, вже які зіграли між собою?
10. На перші дві лінії шахової дошки виставляють білі та чорні фігури (по два коня, два слона, дві ладї, ферзя і короля кожного кольору). Скількома способами можна це зробити.
11. Довести, що наступні числа:  $\frac{(2n)!}{2^n}$ ,  $\frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$  є цілими.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 6

**Перший рівень**

1.  $A$  та  $B$  – множини. Довести  $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$ .
2. Скільки слів з двох та трьох букв можна утворити в українському алфавіті? Використовуючи словник визначити, скільки таких слів допущені нормами української мови.
3. Скільки учасників у шаховому турнірі, якщо відомо, що кожний учасник зіграв з кожним з решти, а всього було зіграно 210 партій?
4. Із міста  $A$  в місто  $B$  ведуть сім шляхів, а із міста  $B$  в місто  $C$  – три дороги. Скільки можливих маршрутів ведуть із  $A$  в  $C$  через місто  $B$ ?

**Другий рівень**

5. Скількома способами із колоди 52 карт можна виїняти 10 карт, щоб серед цих карт був:
  - а) точно один туз?
  - б) принаймні один туз?
  - в) не менше двох тузів?
6. Розв'язати рівняння:  $C_{x-1}^3 + C_{x-1}^2 = 7(x-2)$ .
7. В правління вибрано  $m$  людей. Із них потрібно вибрати головуючого, замісника, секретаря та скарбника. Скількома способами можна це зробити?
8. Є 17 пар різних предметів. Знайти повну кількість вибірок із цих предметів. Кожна пара може брати участь у вибірці так, щоби або пропонувати будь-який із двох її елементів, або не брати участь. Вибірки рахуються різними, якщо відрізняються один від одного своїм складом; порядок предметів у вибірці не враховується.

**Третій рівень**

9. Деяка комісія збиралась 40 разів. Кожний раз на засіданнях були присутні по 10 людей, причому ніякі двоє із її членів не були на засіданнях разом більше одного разу. Довести, що кількість членів комісії більше 60.
10. Скількома способами можна розташувати в 9 лузах 7 білих кулі та 2 чорних кулі? Частина луз може бути порожніми, та лузи рахуються різними.
11. Знайти число цілих позитивних чисел, які не більше за 1000 і не діляться ні на одне з чисел 6, 10 і 15.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Варіант № 7

Перший рівень

- Нехай  $A$ ,  $B$  та  $C$  – множини. Довести:
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ ;
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ ;
  - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ;
  - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
- Скільки слів з 5 букв, які починаються з послідовності *про*, можна утворити в українському алфавіті? Використовуючи словник вяснити, скільки з них допущені нормами української мови.
- Скількома способами можна вибрати пару однакових карт з колоди у 36 карт?
- Скільки слів з 7 букв, які починаються з послідовності *prof*, можна утворити в англійському алфавіті?

Другий рівень

- Скількома способами можна з 28 кісток доміно можна утворити пари кісток, які можна докласти одна до другої за правилами доміно?
- Знайти кількість підмножин множини  $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ .
- У мами 5 яблук, 7 груш та 3 апельсини. Кожний день під час 15 днів підряд вона видає синові по одному фрукту. Скількома способами це може бути зроблено?
- Знайти кількість способів розкладень  $n$  різних шарів по  $m$  різним кошикам.

Третій рівень

- В деякому закладі 25 співробітників. Довести, що із них не можна скласти більше 30 комісій по 5 людей в кожній так, щоби ніякі дві комісії не мали більше одного загального члена.
- В ліфт сіли 8 людей. Скількома способами вони можуть вийти на чотирьох поверхах так, щоби на кожному поверсі вийшла принаймні одна людина?
- Поїзду, в котрому знаходиться  $n$  пасажирів, треба зробити  $m$  зупинок. Скількома способами можуть розподілитися пасажери між цими зупинками?
- Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.



Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 8**

**Перший рівень**

1. Нехай  $A$ ,  $B$  та  $C$  – множини. Довести:  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .
2. Скільки слів з 7 букв, які починаються з послідовності *prof*, можна утворити в англійському алфавіті? Використовуючи словник вияснити, скільки з них допущені нормами англійської мови.
3. Дані натуральні числа від 1 до 60. Скількома способами можна вибрати з них 6 числа так, щоб їх сума була парним числом?
4. Скількома способами можна розташувати білі фігури: 2 коня, 2 слона, 2 тури, ферзя та короля на першій лінії шаховій дошці?

**Другий рівень**

5. Визначити кількість додатних цілих чисел менших за 1.000.000, що мають точно одну цифру 9 і сума всіх цифр дорівнює 13.
6. Скількома способами можна скласти триколірний прапор, якщо є матеріал 5 різних кольорів? Та ж задача, якщо одна зі смуг повинна бути червоною.
7. У мамі  $m$  яблук та  $n$  груш. Кожний день під час  $n + m$  днів підряд вона видає синові по одному фрукту. Скількома способами це можна зробити?
8. Знайти кількість способів розкладень  $n$  однакових шарів по  $m$  різним кошикам.

**Третій рівень**

9. В змаганнях по гімнастиці дві команди мали однакову кількість учасників. В результаті, загальна сума балів, отриманих всіма учасниками, рівна 156. Скільки було учасників, якщо кожний із них отримав оцінки тільки 8 або 9 балів?
10. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  у невід'ємних цілих числах при обмеженнях  $x_1 \geq 1; x_2 \geq 2; x_3 \geq 3$ .
11. Скількома способами можна поставити на полицю 10 книжок, якщо:
  - а) серед них є один тритомник та всі томи тритомника повинні стояти поруч у довільному порядку?
  - б) всі томи тритомника повинні стояти поруч у порядку зростання номерів томів?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 9

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Знайти:
- $A \cap B \cap C$ ;
  - $A \cup B \cup C$ ;
  - $(A \cup B) \cap C$ ;
  - $(A \cap B) \cup C$ .
2. Нехай  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Виписати всі розміщення з  $S$  по 3 елементи. Виписати всі сполуки з  $S$  по 3 елементи.
3. Скількома способами можна вибрати пару з колоди у 36 карт і одного джокера? (Джокер утворює пару з будь-якою картою).
4. Обчислити, скільки слів в українській мові з семи букв починаються на "за".

**Другий рівень**

5. Скількома способами можна поселити 9 студентів у 3 кімнати гуртожитку, поселяючи по 3 студенти у кожній?
6. Скількома способами 3 людини можуть розділити між собою 6 однакових яблук, 1 апельсин, 1 сливу, 1 лимон, 1 грушу, 1 айву і 1 фінік?
7. Нехай задано слово КОЛОССЯ. Обчислити:
- Скільки різних рядків можна утворити з букв слова, використовуючи усі літери?
  - Скільки з цих рядків не починаються літерою О?
  - У скількох рядках не стоїть разом буквосполучення ЯС?
  - Скільки з цих рядків починаються буквосполученням СО і закінчуються буквою Я?
8. Скількома способами можна розмістити  $n$  однакових шарів по  $m$  різним кошикам при наступних умовах:
- порожніх кошиків немає;
  - в другому кошику  $k$  шарів;
  - в перших  $k$  кошиків відповідно  $a_1, a_2, \dots, a_k$  шарів?

**Третій рівень**

9. Група із 41 студента успішно здала сесію із трьох екзаменів. Можливі оцінки: 5, 4, 3. Довести, що, хоча б 5 студентів здали сесію з однаковими оцінками.
10. Скількома способами можна розкласти  $n$  різних куль по  $k$  різних кошикам так, щоби в перший кошик попало  $n_1$  куль, в другий кошик попало  $n_2$  куль і т. д., в  $k$ -й кошик попало  $n_k$  куль, де  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ ?
11. Скільки тризначних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, якщо:
- Цифри можуть повторюватися;
  - Ні одна з цифр не повторюється двічі;
  - Цифри непарні і можуть повторюватися.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

## Завдання до лабораторної роботи № 1

### Варіант № 10

#### Перший рівень

1. Симетричною різницею двох множин  $A$  та  $B$  називається множина, яка визначається формулою  $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .  
а) нехай  $A = \{1, 3, 5\}; B = \{1, 2, 3\}$ . Знайти  $A \oplus B$ ;  
б) нехай  $A$  та  $B$  – довільні множини. Довести, що  $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .
2. Обчислити кількість перестановок множини  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ , що закінчуються літерою а.
3. Скількома способами можна вибрати 5 неупорядкованих елементів з множини 3 елементів, якщо повторення дозволені?
4. Обчислити кількість слів з 9 букв у англійській мові, які починаються з “st”.

#### Другий рівень

5. Скільки різних рядків можна утворити з слова MISSISSIPPI, використовуючи всі літери? Скільки з цих рядків починаються та закінчуються літерою S? У скількох таких рядках всі 4 літери S стоять поруч?
6. Доведіть:  $A_n^m = A_{n-1}^m + mA_{n-1}^{m-1}$ .
7. В англійців прийнято давати дітям декілька імен. Скількома способами можна назвати дитину, якщо їй дають не більше трьох імен, а загальна кількість імен рівна  $m$ ?
8. Скількома способами можна розмістити  $n_1$  червоних,  $n_2$  жовтих та  $n_3$  зелених шарів по  $m$  різним урнам?

#### Третій рівень

9. Вступник у вищий навчальний заклад повинен здати чотири іспити. Він рахує, що для поступлення буде достатньо набрати 17 балів. Скількома способами він зможе здати іспити, набравши не менше 17 балів та не отримавши ні одної двійки.
10. Скільки бітових рядків можна утворити з 4 одиниць та 12 нулів, якщо кожний рядок обов'язково повинен починатись з 1 і після кожної 1 має бути принаймні два 0?
11. Скільки чотиризначних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, якщо:
  - жодна цифра не повторюється більше 1 разу;
  - цифри можуть повторюватись;
  - всі цифри непарні;
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 11**

**Перший рівень**

1. Чи можна стверджувати, що  $A = B$ , якщо  $A, B, C$  – множини, такі, що:
  - a)  $A \cup C = B \cup C$ ;
  - b)  $A \cap C = B \cap C$ ;
  - c)  $A \oplus C = B \oplus C$ .
2. Обчислити:  $A_5^3; A_6^5; A_8^1; A_8^5; A_8^8; A_{10}^9$ .
3. Скількома способами можна вибрати 3 неупорядкованих елементи з множини 5 елементів, якщо повторення дозволені?
4. Довести тотожність Паскаля  $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$  на основі алгебраїчних перетворень.

**Другий рівень**

5. Множина  $S$  містить 100 елементів. Підрахувати кількість підмножин цієї множини, що містять більше одного елемента.
6. Скільки бітових рядків можна утворити з 6 одиниць та 8 нулів?
7. Скількома способами можна розташувати білі фігури: 2 коня, 2 слона, 2 лад'ї, ферзя та короля на першій лінії шаховій дошці?
8. Скількома способами 3 людини можуть розділити між собою 6 однакових яблук, 1 апельсин, 1 сливу, 1 лимон, 1 грушу, 1 айву і 1 фінік?

**Третій рівень**

9. Яких чисел більше серед першого мільйона: тих, в записі яких зустрічається 1, чи тих, в записі яких її немає?
10. Скільки існує натуральних  $n$  - значних чисел, у яких цифри розташовані в не спадаючому порядку?
11. На лавці сидить 14 чоловік, серед яких три сім'ї: Петренки (4 чол.), Васюки (3 чол.) та Качконоси (5 чол.). Скільки способів розсадити всіх так, щоб:
  - Васюки сиділи поруч у довільному порядку?
  - Всі родини сиділи разом, кожні з членів родин – в довільному порядку?
  - Качконоси сиділи розташовані за віком?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 12

**Перший рівень**

1. Маємо універсальну множину  $U$  – латинський алфавіт (26 літер) та цифри 0-9. Нехай  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, a, b, c\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, c, d, x\}$ ,  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, x, y, z\}$ ,  $D = \{1, 2, u, j\}$ .  
Знайти
  - a)  $A \cup B$ ;
  - b)  $A \cap B$ ;
  - c)  $(A \cap D) \cup (B \cap C)$ ;
  - d)  $A \cup B \cup C \cup D$ .
2. Обчислити:  $C_5^1$ ;  $C_5^3$ ;  $C_8^4$ ;  $C_8^8$ ;  $C_8^0$ ;  $C_{12}^6$ .
3. Скільки можна утворити різних рядків з 6 літер з множини 26 літер, якщо повторення дозволені?
4. Обчислити кількість перестановок множини  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ , що закінчуються літерою а.

**Другий рівень**

5. Підрахувати кількість бітових рядків довжини  $n$ . Користуючись цим результатом, довести, що кількість підмножин множини з  $n$  елементів дорівнює  $2^n$ .
6. Скільки учасників у шаховому турнірі, якщо відомо, що кожний учасник зіграв з кожним з решти, а всього було зіграно 210 партій?
7. Скількома способами можна розташувати  $k$  лад'їв на шаховій дошці розміром  $n \times m$  так, щоби вони не загрожували один одному, тобто так, щоби ніякі дві із них не стояли на одній вертикалі чи горизонталі?
8. Поїзду, в котрому знаходиться  $n$  пасажирів, треба зробити  $m$  зупинок. Скількома способами можуть розподілитися пасажери між цими зупинками?

**Третій рівень**

9. Нехай  $M$  – скінчена множина. Довести, що кількість підмножин цієї множини з парним числом елементів дорівнює кількості підмножин з непарним числом елементів.
10. Скільки існує натуральних чисел, які не перевищують  $10^n$ , у яких цифри розташовані в не спадаючому порядку?
11. Визначити кількість цілочисельних розв'язків системи  $x_1 + x_2 + x_3 = 40$ ,  $x_1 \geq 3$ ,  $x_2 \geq 0$ ,  $x_3 \geq 2$ .
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 13

**Перший рівень**

1. Зобразити на координатній площині декартовий добуток множин  $A \times B$  та  $B \times A$ . У задачі *b)* виписати також всі елементи декартового добутку.  
*a)*  $A = \{x : x \in \mathbb{R}, 13 \leq x \leq 15\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{R}, 13 \leq x \leq 16\}$   
*b)*  $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, 13 \leq x \leq 15\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{Z}, 13 \leq x \leq 16\}$
2. Скількома способами можуть бути визначені призові місця (перше, друге, третє) у забігу 12 коней?
3. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 = 13$  у невід'ємних цілих числах.
4. Міста А та В з'єднані чотирма різними дорогами. Скількома способами можна здійснити круговий рейс від А до В і від В до А, якщо у рейсі від В до А обов'язково вибирати нову дорогу?

**Другий рівень**

5. Скільки бітових рядків можна утворити з 4 одиниць та 12 нулів, якщо кожен рядок обов'язково повинен починатись з 1 і після кожної 1 має бути принаймні два 0?
6. Дані натуральні числа від 1 до 30. Скількома способами можна вибрати з них 3 числа так, щоб їх сума була парним числом?
7. Скількома способами можна посадити  $n$  чоловіків та  $n$  жінок за круглий стіл так, ніякі дві особи одного полу не сиділи разом? Та же задача, але стіл може обертатися та способи, які переходять при обертанні один в одне, рахуються однаковими.
8. Скількома способами можна розфарбувати квадрат, який розділений на чотири частини, п'ятьма кольорами:
  - a. припустивши розмалювання різних частин в один колір;
  - b. якщо різні частини розмалювати різними кольорами?

**Третій рівень**

9. Скільки слів з 7 букв, які починаються з послідовності *prof*, можна утворити в англійському алфавіті?
10. Скількома способами можна розташувати  $n$  нулів та  $k$  одиниць так, щоби ніякі дві одиниці не стояли поруч?
11. В колоді 52 карти. В скількох випадках при виборі із колоди 10 карт серед них будуть:
  - a) рівно один туз;
  - b) хоча би один туз;
  - v) не менше двох тузів;
  - г) рівно два тузи?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

*Варіант № 14*

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{x, y, z\}$ ,  $C = \{0, 1, 2\}$ . Визначити:
  - a)  $A \times B \times C$ ;
  - b)  $C \times B \times A$ ;
  - c)  $C \times A \times B$ ;
  - d)  $B \times B \times B$ .
2. У групі є  $n$  чоловіків та  $n$  жінок. Скількома способами вони можуть бути вишикувані у колону так, щоб чергувались чоловік і жінка?
3. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$  у невід'ємних цілих числах.
4. Скількома способами можуть бути визначені призові місця (перше, друге, третє) у забігу 12 коней?

**Другий рівень**

5. Скільки бітових рядків можна утворити з 6 одиниць та 28 нулів, якщо кожний рядок обов'язково повинен починатись з 1 і після кожної 1 має бути принаймні три 0?
6. Скількома способами можна поселити 9 студентів у 3 кімнати гуртожитку, поселяючи по 3 студенти у кожній?
7. На шкільному вечері присутні 12 дівчат та 15 хлопців. Скількома способами можна обрати із них 4 пари?
8. Скількома способами можна обрати 5 номерів із 36?

**Третій рівень**

9. Яка таблиця інверсій для перестановки 271845936?
10. Нехай задано слово ТРОТУАР. Обчислити:
  - Скільки різних рядків можна утворити з букв слова, використовуючи усі літери?
  - Скільки з цих рядків не починаються літерою О?
  - У скількох рядках разом стоїть буквосполучення ТТ?
  - У скількох рядках разом стоїть буквосполучення ТУР?
  - Скільки з цих рядків не починаються буквосполученням ТТ?
11. Компанія, яка складається із 10 сімейних пар, розбивається на 5 груп по 4 людини для катання на шлющі. Скількома способами можна розбити їх так, щоби в кожній шлющі були два чоловіка і дві жінки?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 15**

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, x, y, z\}$ . Визначити:
  - a)  $A \cap B$ ;
  - b)  $A \cup B$ ;
  - c)  $A / B$ ;
  - d)  $B / A$ .
2. У групі є  $n$  хлопців,  $m$  дівчат та  $k$  гуманоїдів. Скількома способами вони можуть бути вишикувані у колону так, щоб чергувались гуманоїд, хлопець і дівчина? ( $n = m = k$ )
3. Визначити кількість розв'язків рівняння  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  у невід'ємних цілих числах при обмеженнях  $x_1 \geq 1; x_2 \geq 2; x_3 \geq 3$ .
4. Визначити кількість членів (доданків) у розкладі  $(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n$ .

**Другий рівень**

5. Скількома способами число  $11^n$  можна представити у вигляді трьох співмножників (представлення, що відрізняється порядком співмножників, рахувати різними;  $11^0$  - співмножник)?
6. Довести тотожність  $\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$ .
7. Нехай  $n$  ( $n \geq 2$ ) людей садять за круглий стіл, який обертається. Два розміщення будемо рахувати такими, що співпадають, якщо кожна людина має одних і тих же сусідів в обох випадках. Скільки існує способів сісти за стіл?
8. В скількох випадках при грі в "Спортлото" (вгадування 5 номерів із 36) будуть правильно обрані:
  - a. рівно 3 номери;
  - b. не менше 3 номерів?

**Третій рівень**

9. Скількома способами можна розташувати білі фігури: 2 коня, 2 слона, 2 тури, ферзя та короля на першій лінії шаховій дошці?
10. На шкільному вечері присутні 12 дівчат та 15 хлопців. Скількома способами можна обрати із них 4 пари?
11. Маємо  $n$  предметів, розміщених в ряд. Скількома способами можна обрати із них три предмета так, щоби не брати ніяких двох сусідніх елементів?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.



Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 16

**Перший рівень**

1. Знайти множини  $A$  та  $B$ , якщо  $A/B = \{0, 1, 5, 7, 8\}$ ;  $B/A = \{2, 4, 10\}$ ;  $A \cap B = \{3, 6, 9\}$ .
2. Міста  $A$  та  $B$  з'єднані трьома різними дорогами. Скількома способами можна здійснити круговий рейс від  $A$  до  $B$  і від  $B$  до  $A$ , якщо у рейсі від  $B$  до  $A$  обов'язково вибирати нову дорогу?
3. Визначити кількість розв'язків у невід'ємних цілих числах нерівності  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 15$ .
4. Довести, що  $C_n^r = P_n(r, n-r)$ .

**Другий рівень**

5. Нехай множина  $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ .
  - а) Скільки існує розміщень елементів цієї множини по 4 елементи, що містять 47?
  - б) Скільки існує розміщень по 4 елементи, які одночасно містять числа 17 та 47?
  - в) Скільки існує розміщень по 4 елементи, які містять одночасно числа 17, 47 та 73?
  - г) Скільки існує розміщень по 4 елементи, які містять одночасно 17, 47, 73 та 97?
6. Скільки чотиризначних чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, якщо:
  - жодна цифра не повторюється більше 1 разу;
  - цифри можуть повторюватись;
  - всі цифри непарні;
7. Хор складається із 10 учасників. Скількома способами можна під час трьох днів вибрати по 6 учасників, так, щоби кожний день були різні склади хору?
8. Скільки існує різних комбінацій із 30 купюр вартістю 1, 2 та 5 гривень?

**Третій рівень**

9. Доведіть:  $A_n^m = A_{n-1}^m + mA_{n-1}^{m-1}$ .
10. Скільки слів з п'яти букв можна скласти з елементів множини  $X = \{a, b, c, d\}$ , якщо буква  $a$  зустрічається у слові не більше 2 раз, буква  $b$  – не більше 1 разу, буква  $c$  – не більше трьох раз.
11. Нехай задано слово КОЛОССЯ. Обчислити:
  - Скільки різних рядків можна утворити з букв слова, використовуючи усі літери?
  - Скільки з цих рядків не починаються літерою О?
  - У скількох рядках не стоїть разом буквосполучення ЯС?
  - Скільки з цих рядків починаються буквосполученням СО і закінчуються буквою Я?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 17**

**Перший рівень**

1. Нехай  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, a, b, c\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, c, d, x\}$ ,  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, x, y, z\}$ .  
Знайти:
  - a)  $A \cap B \cap C$ ;
  - b)  $A \cup B \cup C$ ;
  - c)  $(A \cup B) \cap C$ ;
  - d)  $(A \cap B) \cup C$ .
2. Скількома способами можна розмістити 6 осіб за круглим столом?
3. Скільки бітових рядків можна утворити з 6 одиниць та 8 нулів?
4. Скільки слів з 7 букв, які починаються з послідовності `profi`, можна утворити в англійському алфавіті?

**Другий рівень**

5. З цифр 1, 2, 3, 4, 5, не повторюючи їх, склали всі можливі п'ятицифрові числа. Скільки серед цих чисел таких, які:
  - a) починаються цифрою 3?
  - b) не починаються цифрою 5?
  - v) починаються з 54?
  - г) не починаються з 543?
6. Хор складається із 10 учасників. Скількома способами можна під час трьох днів фестивалю вибрати по 6 учасників, так, щоб кожен день виступали різні склади хору?
7. Скількома способами можна розподілити  $3n$  різних предметів між трьома людьми та, щоби кожний отримав  $n$  предметів?
8. Скількома способами можна розфарбувати квадрат, що розділений на дев'ять частин, чотирма кольорами таким чином, щоби в перший колір були розфарбовані 3 частини, в другий – 2, в третій – 3, в четвертий – 1 частина?

**Третій рівень**

9. Нехай задано слово ТРОТУАР. Обчислити:
  - a. Скільки різних рядків можна утворити з букв слова, використовуючи усі літери?
  - b. У скількох рядках разом стоїть буквосполучення ТУР?
  - c. Скільки з цих рядків не починаються буквосполученням ТТ?
10. Маємо  $m$  різних кульок та  $k$  різних кошиків. Скількома способами можна розмістити предмети по кошикам, дозволяючи порожні кошики?
11. Маємо  $n$  однакових речей і ще  $n$  різних речей. Скількома способами можна обрати із них  $n$  речей? Скількома способами можна впорядкувати всі  $2n$  речей?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

**Варіант № 18**

**Перший рівень**

1. Симетричною різницею двох множин  $A$  та  $B$  називається множина, яка визначається формулою  $A \oplus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .
  - a) нехай  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ;  $B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$ . Знайти  $A \oplus B$ ;
  - b) нехай  $A$  та  $B$  – довільні множини. Довести, що  $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .
2. У спортивному клубі, що нараховує 20 членів, потрібно сформувати команду з 4 чоловік для бігу на дистанцію 1000 метрів.
  - a) Скількома способами це можна зробити?
  - b) Скількома способами можна вибрати у цьому клубі 4 чоловіки для участі в естафеті 100+200+300+500 м? (черговість бігунів в естафеті важлива)
3. Із міста  $A$  в місто  $B$  ведуть сім шляхів, а із міста  $B$  в місто  $C$  – три дороги. Скільки можливих маршрутів ведуть із  $A$  в  $C$  через місто  $B$ ?
4. Записати розклад  $(x + y + z)^4$ .

**Другий рівень**

5. Розв'язати систему: 
$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2}; \\ C_x^2 = 153. \end{cases}$$
6. Нехай задано слово КОЛОССЯ. Обчислити:
  - Скільки різних рядків можна утворити з букв слова, використовуючи усі літери?
  - Скільки з цих рядків не починаються літерою О?
  - У скількох рядках не стоїть разом буквосполучення ЯС?
7. Є  $n$  абонентів. Скількома способами можна одночасно з'єднати три пари?
8. Визначити коефіцієнт  $c$  в одночлені  $cx_1^3x_2^4x_3^3$  після розкладання виразу  $(x_1 + x_2 + x_3)^{10}$  та приведення подібних членів.

**Третій рівень**

9. Скількома способами можна розподілити  $3n$  різних книг між трьома людьми так, щоби числа книг утворювали арифметичну прогресію?
10. Маємо  $m$  різних кульок та  $k$  різних кошиків. Скількома способами можна розмістити предмети по кошикам, не дозволяючи порожні кошики? (Вказівка: *Скористатися правилом включення та виключення.*)
11. В шаховій олімпіаді беруть участь представники  $n$  країн по 4 представника від кожної країни. Скількома способами вони можуть встати в ряд так, щоби рядом з кожним був би представник той же країни?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 19

**Перший рівень**

1. Маємо універсальну множину  $U$  – латинський алфавіт (26 літер) і набір цифр, а також її підмножини:  $A=\{g, h, r, d, b, 2, 6, 8\}$ ;  $B=\{h, j, k, l, r, e, w, 2, 3, 4, 5\}$ ;  $C=\{b, m, d, h, e, f, 8, 9\}$ ;  $D=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .  
Знайти
  - a)  $A \cup B$ ;
  - b)  $A \cap B$ ;
  - c)  $(A \cap D) \cup (B \cap C)$ ;
  - d)  $A \cup B \cup C \cup D$ .
2. Скількома способами можна вибрати 5 неупорядкованих елементів з множини 3 елементів, якщо повторення дозволені?
3. Скільки можна утворити різних рядків з 8 літер з множини 26 літер, якщо повторення дозволені?
4. Визначити коефіцієнт при  $x^3 y^2 z^5$  у розкладі  $(x + y + z)^{10}$ .

**Другий рівень**

5. Скільки слів з двох та трьох букв можна утворити в українському алфавіті?
6. Дані натуральні числа від 1 до 30. Скількома способами можна вибрати з них 3 числа так, щоб їх сума була парним числом?
7. Скількома способами можна скласти три пари із  $n$  шахістів?
8. На лавці сидить 14 чоловік, серед яких три сім'ї: Петренки (4 чол.), Васюки (3 чол.) та Качконоси (5 чол.). Скільки способів розсадити всіх так, щоб:
  - Васюки сиділи поруч у довільному порядку?
  - Всі родини сиділи разом, кожна з членів родин – в довільному порядку?
  - Качконоси сиділи розташовані за віком?

**Третій рівень**

9. Розглядаються можливі розбиття  $nk$  елементів на  $n$  груп по  $k$  елементів в кожній, причому розбиття, які відрізняються один від одного тільки порядком елементів всередині груп та порядком розташування груп, рахуються такими, що співпали. Скільки існує різних таких розбиттів?
10. Знайти кількість способів розкладення  $m$  кульок по  $k$  кошиках так, щоб  $r$  кошиків залишились порожніми. (Вказівка: Скористатися правилом включення та виключення.)
11. Дані  $2n$  різних предметів  $a_1, a_1, a_2, a_2, \dots, a_n, a_n$ . Скільки існує перестановок із цих  $2n$  предметів, в яких не стоять разом однакові елементи?
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

Завдання до лабораторної роботи № 1

Варіант № 20

**Перший рівень**

1. Маємо універсальну множину  $U$  – український алфавіт (33 літери) та її підмножини:  
 $A=\{a, б, с, д, е, р, ф, ш\}$ ;  $B=\{a, н, о, в, м, ь, и, д, ж\}$ ;  $C=\{ф, і, в, п, н, г, ш, ц\}$ ;  $D=\{a, о, л, ж, й, н, о, т\}$ .

Знайти

- a)  $A \cup B$ ;
  - b)  $A \cap B$ ;
  - c)  $(A \cap D) \cup (B \cap C)$ ;
  - d)  $A \cup B \cup C \cup D$ .
2. Дані натуральні числа від 1 до 50. Скількома способами можна вибрати з них 3 числа так, щоб їх сума була непарним числом?
3. Скільки можна утворити різних рядків з 6 літер з множини 26 літер, якщо повторення не дозволені?
4. Скільки членів (доданків) у розкладі  $(x + y + z)^{100}$  ?

**Другий рівень**

5. Скількома способами число  $11^n$  можна представити у вигляді двох співмножників (представлення, що відрізняється порядком співмножників, рахувати різними;  $11^0$  - співмножник)?
6. Довести комбінаторними міркуваннями (тобто використовуючи тільки визначену кількість сполук) рівність  $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ ;
7. Розглядаються можливі розбиття  $2n$  елементів на пари, причому розбиття, які відрізняються один від одного порядком елементів всередині пар та порядком розташування пар, рахуються такими, що співпадають. Визначити кількість таких розбиттів.
8. Скільки учасників у шаховому турнірі, якщо відомо, що кожний учасник зіграв з кожним з решти, а всього було зіграно 210 партій?

**Третій рівень**

9. Скількома способами можна розбити 30 робітників на 3 бригади по 10 людей в кожній бригаді? На 10 груп по 3 людини в кожній групі?
10. Знайти число перестановок  $m$  шарів, в яких рівно  $r$  елементів залишаються на місці.  
*Вказівка: скористатися правилом включення і виключення.*
11. Знайти число способів розподілу  $2n$  однакових шарів по двом не відмінним кошикам.
12. Запрограмувати одну із перелічених вище задач на мові Pascal.

## КОМБІНАТОРНІ СХЕМИ

№ п/п	Назва	Алфавіт	Комбінації	Порядок	Повтор.	Формула
1	Розміщення	$n$	$m$	Іст.	–	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
2	Розміщення з повторенням	$n$	$m$	Іст.	+	$\tilde{A}_n^m = n^m$
3	Перестановки	$n$	$n$	Іст.	–	$P_n = n!$
4	Перестановки з повторенням	$n$	$n$	Іст.	+	$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$
5	Сполуки	$n$	$m$	Не іст.	–	$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$
6	Сполуки з повторенням	$n$	$m$	Не іст.	+	$H_n^m = C_{n+m-1}^m$
7	Впорядковане розбиття множин	$n$	$m$	Іст	–	$C_n^{n_1} C_{n-n_1}^{n_2} \dots C_{n-n_1-\dots-n_{k-1}}^{n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$
8	Непорядковане розбиття множин	$n$	$m$	Не іст	–	$N(m_1, m_2, \dots, m_n) = \frac{n!}{(1!)^{m_1} (2!)^{m_2} \dots (n!)^{m_n} m_1! m_2! \dots m_n!}$
9	Поліноміальна формула	$n$	$m$	Іст	+	$(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n = \sum_{n_1+n_2+\dots+n_k=n} \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$
10	Біном Ньютона	$n$	$m$	Іст	+	$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

- 1 Що називається перестановкою  $n$ -елементної множини?
- 2 Що називається сполученням з  $n$  елементів по  $m$  елементів?
- 3 Що називається розміщенням з  $n$  елементів по  $m$  елементів?
- 4 Скількома способами можна розмістити три книжки на книжковій полиці?
- 5 Скількома способами на першості світу з футболу можуть розподілитися медалі, якщо у фінальній частині грають 24 команди?
- 6 Збірна команда університету з волейболу налічує 15 чоловік. Скільки різних варіантів повинен розглянути тренер перед грою, щоб заявити список гравців на гру?
- 7 Скільки різних слів можна побудувати перестановкою букв в слові “лаваш”?
- 8 Студенту необхідно скласти три екзамени протягом семи днів. Скількома способами це можна зробити?

9 Скількома різними способами можна розмістити п'ять студентів в аудиторії, яка має 20 місць?

## **ЛІТЕРАТУРА**

1. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. “Основи дискретної математики”, Київ: Наукова думка, 2002.
2. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. “Дискретная математика”, Львів: “Магнолія Плюс”, 2005.
3. Нікольський Ю.В., Щербина Ю.М. “Збірник задач з дискретної математики”, Львів: Видавничий центр Львівського державного університету ім. І. Франка, 1998.