

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3. ТЕОРІЯ ІНФОРМАЦІЇ В ЛІНГВІСТИЦІ

### ЗАВДАННЯ 1.

1. Скільки слів з 5 букв, які починаються з тих же трьох букв, що і прізвище студента, можна утворити в українському алфавіті? Використовуючи словник вияснити, скільки з них допущені нормами української мови. Використати результати розв'язування задачі для

оцінки величини структурних обмежень (у бітах), які накладаються нормами української мови на ланцюжки з 5 букв, що починаються з послідовності *про*.

2. На основі словника обчислити відносні частоти появи букв *a, e, i, o, u, y* після ланцюжка *Δpr* в англійській мові. Обчислити величини інформації  $I_a, I_e, I_i, I_o, I_u, I_y, \tilde{I}_a, \tilde{I}_e, \tilde{I}_i, \tilde{I}_o, \tilde{I}_u, \tilde{I}_y, I$ .
3. Обчислити величину інформації, яка одержується від досліду з шістьма рівноймовірними результатами. Порівняти отримане значення  $I_0$  із значенням  $I$ , обчисленим у попередній задачі. Зробити висновок.
4. Символи алфавіту володіють стількома якісними ознаками, скільки букв міститься в прізвищі студента.
  - а. Яку кількість повідомлень можна отримати, комбінуючи по 3, 4, 5 та 6 елементів в повідомленні?
  - б. Яка кількість інформації приходить на один елемент таких повідомлень?
5. В алфавіті три букви *A, B, C*.
  - в. Скласти максимальну кількість повідомлень, комбінуючи по три букви в повідомленні.
  - г. Яку кількість інформації несе одне таке повідомлення?
  - д. Чому рівна кількість інформації на символ первинного алфавіту?

## ЗАВДАННЯ 2

1. Скількома способами можна передати положення фігур на шаховій дошці? Чому дорівнює кількість інформації в кожному випадку?
2. Алфавіт складається із букв  $A, B, C, D$ . Ймовірності появи букв рівні, відповідно,  $p_A = p_B = 0,25$ ;  $p_C = 0,34$ ;  $p_D = 0,16$ . Визначити кількість інформації на символ повідомлення, що складений із такого алфавіту.
3. Чому рівна кількість інформації при отриманні 8 повідомлень рівномірного чотиризначного трійкового коду?
4. На ПК постійна інформація зберігається в 32768 стандартних комітках пам'яті. Скількома способами можна передати відомості про те, із якої комірки можна отримати данні постійної інформації? Чому рівна кількість інформації в кожному випадку? Яка геометрична побудова сховища дозволить передавати цю інформацію мінімальною кількістю якісних ознак?
5. Визначити об'єм та кількість інформації в тексті "Ще не вмерла Україна!..." при  $l_{сер} = 7$ .
6. Чому рівна ентропія системи, яка складається із  $k$  взаємонезалежних підсистем:
  - а. кожна підсистема складається із  $n$  елементів, кожен із яких з рівною ймовірністю може знаходитися в  $m$  станах;
  - б. підсистема  $S_1$  складається із  $n_1$  елементів, підсистема  $S_2$  складається із  $n_2$  елементів і т. д., підсистема  $S_k$  складається із  $n_k$  елементів, кожний із яких може з рівною ймовірністю знаходитися в  $m$  станах;
  - в. кожна підсистема складається із різної кількості елементів, які з різною ймовірністю можуть знаходитися в одному зі станів?
7. Визначити ентропію повної багаторівневої ієрархічної системи, кількість елементів якої на кожному рівні пов'язане залежністю  $l_n = K^n$ , де  $K$  – основа системи, а  $n$  – номер ієрархічного рівня. При цьому рахується, що корінь графу, що представляє ієрархічне дерево системи, розташований на нульовому рівні. Кожний елемент системи може знаходитися з рівною ймовірністю в  $m$  станах.

8. Генератор виробляє чотири частоти  $f_1, f_2, f_3, f_4$ . В шифраторі частоти комбінуються по три частоти в кодовій комбінації.
- Чому рівна максимальна кількість комбінацій, складених із цих частот?
  - Чому рівна кількість інформації на одне кодове послання цих кодів?
9. Яку кількість інформації приходить на букву алфавіту, який складається із 16; 25; 32 букви?
10. Відомо, що одне із рівномірно можливих повідомлень несе 3 біта інформації. Із скількох якісних ознак складається алфавіт, якщо  $N = 8$ ?
11. Кількість символів алфавіту  $m = 5$ . Визначити кількість інформації на символ повідомлення, яке складене із цього алфавіту:
- якщо символи алфавіту зустрічаються із рівними ймовірностями;
  - якщо символи алфавіту зустрічаються в повідомленні з ймовірностями  $p_1 = 0,8; p_2 = 0,15; p_3 = 0,03; p_4 = 0,015; p_5 = 0,005$ . Наскільки не завантажені символи в другому випадку?
12. Чому рівна ентропія системи, стан якої описується дискретною величиною з наступними розподілами ймовірностей:

$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$p_i$	0,1	0,2	0,3	0,4

13. Ймовірність появи події при даній кількості дослідів рівна  $p$ , ймовірність не появи події  $q = 1 - p$ . При якому значенні  $q$  результат дослідів буде володіти максимальною невизначеністю?
14. Для приладу  $Z$  деталі із комори відділу комплектації доставляє конвеєрна лінія 1, для прибору  $Y$  - лінія 2. В комплектуючі вироби приладу  $Z$  входять 10 конденсаторів, 5 резисторів та 5 транзисторів; в комплектуючі вироби прибору  $Y$  входять 8 конденсаторів, 8 резисторів та 4 транзистора. Визначити невизначеність появи однієї із деталей на лінії. Визначити ентропію в бітах та дітах.
15. Чому рівна кількість інформації в повідомленні, яке передане в двійковому коді п'ятизначної комбінації та двома п'ятизначними комбінаціями, якщо символи алфавіту, який кодуємо, рівноймовірні?
16. Чому рівна кількість інформації при отриманні повідомлення про вихід з ладу одного із восьми станків, отриманих в один і той же час з одного і того ж заводу?

17. Скількома способами можна скласти повідомлення про зміст кількісної частини показників, якщо таблиця має 256 комірок? Кількісні частини показників представлені двозначними числами, а із технічних засобів передачі інформації є тільки стандартний телеграфний апарат, що працює в двійковому коді? Чому рівний середній об'єм та кількість інформації в кожному випадку?
18. Визначити, в якому тексті а-г кількість інформації більша. Чому в тому чи іншому з приведених текстів інформації більша чи менша?
- а. "Ра, ра, ра, ра, ра, ра, ра".
- б. "Виконуй правила техніки безпеки! Не стій під краном! Не сміятися!"
- в. "Захід... Схід... Південь... Сходить та заходить сонце..."
19. Чому рівна ймовірність появи комбінації 10110 при передачі п'ятизначних двійкових кодів? Чому рівна середня кількість інформації, яка припадає на одну комбінацію?
20. Повідомлення складені із рівноймовірного алфавіту, що має  $m=128$  якісних ознак. Чому рівна кількість символів в прийнятому повідомленні, якщо відомо, що воно має 42 біти інформації? Чому рівна ентропія цього повідомлення?

### ЗАВДАННЯ 3

21. Визначити максимум ентропії системи, яка складається із 6 елементів, кожен із яких може бути в одному із чотирьох станів рівноймовірно.
22. Фізична система може знаходитися в одному із чотирьох станів. Стани системи задані через ймовірності наступним чином:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0,25 & 0,25 & 0,3 & 0,2 \end{vmatrix}$$

Визначити ентропію такої системи.

23. Визначити ентропію джерела повідомлень, якщо статистика розподілу ймовірностей появи символів на виході джерела повідомлень представлена наступною схемою:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ 0,35 & 0,035 & 0,07 & 0,15 & 0,07 & 0,07 & 0,14 & 0,035 & 0,01 & 0,07 \end{vmatrix}$$

24. В повідомленні, складеному із 5 якісних ознак, які використовуються з різною частотою, ймовірності їх появи рівні відповідно:  $p_1 = 0,7$ ;  $p_2 = 0,2$ ;  $p_3 = 0,08$ ;  $p_4 = 0,015$ ;  $p_5 = 0,005$ . Всього в повідомленні прийнято 20 знаків. Визначити кількість інформації в усьому повідомленні. Якою буде кількість інформації в даному повідомленні, якщо всі ознаки будуть мати рівну ймовірність?

25. Визначити об'єм інформації при передачі слова "АБАБАГАЛАМАГА" в 5 (7) повідомленнях. Чому рівна кількість інформації в прийнятому повідомленні, якщо завади в каналі зв'язку були відсутні?
26. Визначити кількість інформації у випадковому тексті:
- якщо символи алфавіту рівноймовірні та взаємонезалежні;
  - якщо символи алфавіту не рівноймовірні.
- В якому випадку кількість інформації може співпасти з об'ємом?
27. Визначити таблицю розподілу ймовірностей появи букв у випадковому українському тексті. Визначити ентропію української мови.
28. Визначити об'єм інформації при передачі документа, який має 20 рядків текстової та цифрової інформації, якщо передача ведеться при  $l_{сер} = 7$ , а кожний рядок має 30 знаків (враховуючи пробіл).
29. На ПК з периферійного пристрою необхідно передати визначену економічну інформацію, яка оформлена в таблицях з різними показниками. Визначити максимально можливий об'єм інформації, яким може бути завантажений канал зв'язку, якщо таблиць 100, вони мають 64 клітинки, цифри, які знаходяться в таблицях, не більше трьохзначних, а код, в якому передаються повідомлення, – п'ятизначний двійковий.
30. Визначити ентропію системи, яка складається із двох підсистем. Перша підсистема складається із трьох елементів, кожна із яких може знаходитися в двох станах з ймовірностями  $p_1 = 0,6$ ;  $p_2 = 0,4$ . Друга підсистема складається із двох елементів, кожен із яких може знаходитися в трьох станах із ймовірностями  $p_1 = 0,1$ ;  $p_2 = 0,4$ ;  $p_3 = 0,5$ .
31. Визначити ентропію ієрархічної системи, заданої графом (рис. 2), якщо кожний елемент системи (вузол графу) може з рівною ймовірністю знаходитися в трьох станах.

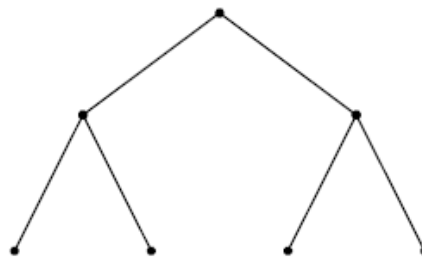


Рис.2

32. Визначити ентропію ієрархічної системи, заданої графом (рис. 3), якщо кожний елемент системи (вузол графу) може з рівною ймовірністю знаходитися в чотирьох станах.

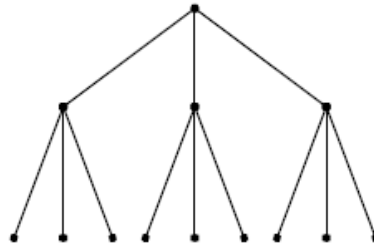


Рис.3

33. Скласти рівномірний двійковий код для передачі слів деякої умовної мови, алфавіт якої складається із 20 букв. Чому рівний об'єм інформації при передачі семибуквеного слова в цьому алфавіті?
34. Чому дорівнює кількість інформації про пошкодження  $n$  транзисторів після температурних дослідження партії транзисторів із  $N$  штук, які випущені в один і той же день, одним і тим же заводом?
35. Чому дорівнює ентропія українського алфавіту при дослідженні ймовірності появи букв в українських текстах на конкретному прикладі?
36. Визначити ентропію фізичної системи  $B$ , яка може знаходитися в одному із 10 станів. Ймовірності станів системи  $B$ :

$$B = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 & b_9 & b_{10} \\ 0,01 & 0,07 & 0,035 & 0,035 & 0,35 & 0,07 & 0,14 & 0,07 & 0,15 & 0,07 \end{vmatrix}$$

37. Визначити об'єм та кількість інформації в прийнятому тексті: "При описі комбінаторного методу для обчислення кількості інформації та ентропії ми використовували спрощення, за яким всі закінчення дослідів вважались рівноймовірними."
38. Визначити об'єм та кількість інформації при наступних умовах:
- а алфавіт  $A_1, A_2, \dots, A_8$  рівноймовірний, символи вторинного алфавіту комбінуються в рівномірні коди, кількість якісних ознак, із яких комбінуються вторинні повідомлення,  $m_2 = 2$ ;
- б первинний алфавіт має 8 букв,  $m_1 = 8$ , ймовірності появи букв первинного алфавіту на виході джерела повідомлень відповідно рівні:  $p_1 = 0,1; p_2 = 0,15; p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = 0,05; p_7 = 0,25; p_8 = 0,3$ ; коди вторинного алфавіту рівномірні,  $m_2 = 2$ ;
- в первинний алфавіт складається із 5 букв,  $m_1 = 5$ , які зустрічаються в текстах з рівними ймовірностями, вторинні повідомлення складені із рівномірних кодів з кількістю якісних ознак  $m_2 = 2$ ;
- г первинний алфавіт рівноймовірний,  $m_1 = 8$ , а вторинний алфавіт побудований із кодів, які можуть знайти одну помилку, коди вторинного алфавіту – рівної довжини.
39. Довжина коду у вторинному алфавіті рівна 10 символам. Кількість інформації на символ первинного алфавіту рівна  $2,5 \text{ біт/символ}$ . Яку кількість інформації ми отримаємо, якщо приймемо:
- а 7 символів вторинного алфавіту?
- б 17 символів вторинного алфавіту?
40. Визначити ентропію трьохрівневої симетричної ієрархічної системи, основа якої рівна 2, якщо:
- д на першому рівні один елемент системи з рівною ймовірністю може знаходитися в двох станах, другий – з рівною ймовірністю може знаходитися в трьох станах;
- е на другому рівні кожний елемент системи може знаходитися в двох станах з ймовірностями відповідно: I – 0,2 та 0,8; II – 0,3 та 0,7; III – 0,4 та 0,6; IV – 0,38 та 0,62;
- ж на третьому ієрархічному рівні системи чотири елемента системи з рівною ймовірністю можуть знаходитися в трьох станах, два елементи – в двох станах і два елементи – в чотирьох станах відповідно. Чи залежить загальна ентропія системи від того, які саме (перші чи останні) елементи третього рівня можуть з рівною ймовірністю знаходитися в чотирьох станах?

#### ЗАВДАННЯ 4

**Задача 1.** В результаті статичних випробувань встановлено, що при передачі кожних 100 повідомлень довжиною по 5 символів в повідомленні символ  $K$  зустрічається 50 разів, а символ  $T$  – 30 разів. Разом з символом  $K$  символ  $T$  зустрічається 10 разів. Визначити умовні ентропії  $H(K/T)$  та  $H(T/K)$ .

**Задача 2.** Визначити загальну умовну ентропію повідомлень, складених із алфавіту  $A, B$ , якщо ймовірності появи символів в повідомленні рівні  $p_A = 0,6$ ;  $p_B = 0,4$ . Умовні ймовірності переходів одного символу в інший рівні  $p(B/A) = 0,15$ ;  $p(A/B) = 0,1$ .

**Задача 3.** Вплив перешкод в каналі зв'язку описується наступним розподілом умовних ймовірностей:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0,15 & 0,75 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

Розрахувати повну умовну ентропію повідомлень, що передаються по даному каналу зв'язку:

- при рівноймовірносній появі символів в повідомленні;
- при ймовірностях  $p(a_1) = 0,7$ ;  $p(a_2) = 0,2$ ;  $p(a_3) = 0,1$ .

**Задача 4.** Визначити ентропію приймача повідомлень, якщо канална матриця:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,97 & 0,03 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0,01 \\ 0 & 0,04 & 0,96 \end{vmatrix},$$

а ймовірності появи символів на виході джерела повідомлень рівні  $p(a_1) = 0,5$ ;  $p(a_2) = 0,3$ ;  $p(a_3) = 0,2$ .



**Задача 5.** При передачі текстових повідомлень статистичні спостереження показали, що для слів із середньою довжиною в 6 літер на кожні 100 повідомлень літера  $A$  зустрічається 80 разів, літера  $B$  зустрічається 50 разів, літери  $A$  та  $B$  разом зустрічаються 10 разів. Визначити умовну ентропію появи  $A$ , якщо в слові присутня  $B$ , та умовну ентропію  $B$ , якщо в слові присутня  $A$ .

**Задача 6.** Визначити інформаційні втрати в каналі зв'язку, описаному наступною каналною матрицею:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,99 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0,97 \end{vmatrix}.$$

Ймовірності появи символів  $A, B, C, D$  на виході джерела повідомлень

відповідно рівні:  $p_A = 0,4$   
 $p_B = p_C = p_D = 0,2$ . Визначити також середню

кількість інформації в прийнятих повідомленнях відносно переданих. Розв'яжіть задачу декількома способами.

#### ЗАВДАННЯ 5

**Задача 1.** Задана матриця ймовірностей системи, яка поєднана в одну систему із двох взаємозалежних систем  $B$  та  $A$ :

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Визначити повні умовні ентропії  $H(B/A)$  та  $H(A/B)$ .

**Задача 2.** Повідомлення створюються двома джерелами та передаються по одному каналу зв'язку. Відомо, що на виході джерела  $i$  сигнали з'являються з ймовірностями  $p_A = 0,5$ ;  $p_B = 0,333$ ;  $p_C = 0,167$ . Умовні ймовірності появи сигналів  $D, E, F$  і  $G$  джерела  $j$  при умові, що були передані сигнали  $A, B, C$  джерела  $i$ , відповідно рівні:

$$p(D/A) = p(E/A) = p(F/A) = p(G/A) = 0,25$$

$$p(D/B) = 0,3; p(E/B) = 0,2; p(F/B) = 0,2; p(G/B) = 0,3$$

$$p(D/C) = 0,166; p(E/C) = 0,5; p(F/C) = 0,167; p(G/C) = 0,167$$

Визначити сумісну ентропію джерел  $i, j$ , умовну ентропію  $H(j/i)$ ,

ентропію другого джерела, а також максимальне значення ентропії  $H(i, j)$ .

**Задача 3.** Визначити повні умовні ентропії двох систем  $A$  та  $B$ , якщо відома матриця ймовірностей деякої системи, отриманої в результаті поєднання систем  $A$  і  $B$ :

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,4 \end{vmatrix}.$$

Знайти також ентропію об'єднання  $H(A, B)$  та  $H(B, A)$ .

**Задача 4.** Побудувати матрицю ймовірностей станів об'єднаної системи  $AB$ , якщо безумовні ймовірності системи  $A$ :  $p(a_1) = 0,1$ ;  $p(a_2) = 0,4$ ;  $p(a_3) = 0,5$ ; безумовні ймовірності системи  $B$ :  $p(b_1) = 0,2$ ;  $p(b_2) = 0,4$ ;  $p(b_3) = 0,4$ ; матриці умовних ймовірностей:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0,25 & 1 \end{vmatrix}, \quad p(b/a) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,8 \end{vmatrix}$$

**Задача 5.** Канал зв'язку описаний наступною каналною матрицею:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0,1 & 0,75 & 0,15 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{vmatrix}.$$

Розрахувати середню кількість інформації, яке переноситься одним символом повідомлення, якщо ймовірності появи символів джерела повідомлень рівні  $p(a_1) = 0,7$ ;  $p(a_2) = 0,2$ ;  $p(a_3) = 0,1$ . Чому рівні інформаційні втрати при передачі повідомлення із 400 символів алфавіту  $a_1, a_2, a_3$ ? Чому рівна кількість прийнятої інформації?

**Задача 6.** Визначити середню кількість інформації, яка вміщується в прийнятому ансамблі повідомлень відносно переданого, якщо повідомлення складені із алфавіту  $A, B, C$ . Ймовірності появи букв

$$\begin{aligned} p(A_i) &= p(B_i) = 0,25 \\ p(C_i) &= 0,5 \end{aligned}$$

Умовні ймовірності виникнення пар виду  $b_j/a_i$  наступні:

$$\begin{aligned} p(A/A) &= 0,97; \quad p(A/B) = 0,02; \quad p(A/C) = 0,01; \quad p(B/A) = 0,015; \\ p(B/B) &= 0,97; \quad p(B/C) = 0,01; \quad p(C/A) = 0,015; \quad p(C/B) = 0,01; \\ p(C/C) &= 0,98. \end{aligned}$$

Перевірити правильність результату всіма відомими способами.

**Задача 7.** Використовуючи ентропію об'єднання, визначити кількість інформації при передачі повідомлень, побудованих із алфавіту 1, 2, 3, якщо апріорні ймовірності появи символів первинного алфавіту рівні між собою, а в результаті дії перешкод 5% символів переданих повідомлень можуть з рівною ймовірністю перейти в будь-який інший символ даного алфавіту.

**Задача 8.** Переданий український текст по каналу зв'язку. Які відомості необхідно мати для того, щоб визначити кількість прийнятої інформації, якщо відомо, що в каналі зв'язку частина інформації змінюється під впливом перешкод?

**Задача 9.** Чому рівні інформаційні втрати в каналі зв'язку, описаному за допомогою наступної каналної матриці:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

**Задача 10.** Визначити інформаційні втрати в каналі зв'язку, описаному наступною матрицею:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,99 & 0,01 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0 \\ 0 & 0,01 & 1 \end{vmatrix},$$

якщо символи алфавіту зустрічаються в повідомленнях з рівною ймовірністю.

**Задача 11.** Повідомлення передаються комбінуванням частот  $f_1, f_2, f_3, f_4$ . Статистичні дослідження каналу зв'язку для цих частот дали наступні результати:

		Приймач			
		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
{	<i>Джерело</i> $f_1$	0,9834	0,0160	0,0006	0
	$f_2$	0,0160	0,9837	0,0003	0
	$f_3$	0	0,0290	0,9708	0,0002
	$f_4$	0	0	0,0087	0,9913

а) Визначити ентропію об'єднання переданих та прийнятих повідомлень, якщо частоти  $f_1 \div f_4$  з'являються на виході передавача

(джерела) з наступними ймовірностями:

$$p(f_1) = p(f_2) = p(f_3) = 0,2$$

$$p(f_4) = 0,4$$

б) Визначити інформаційні втрати при передачі повідомлень, які складаються із 1000 елементарних часткових посилянь.

Визначити інформаційні втрати в каналі зв'язку, описаному наступною каналною матрицею:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,2 & 0,3 \end{vmatrix}.$$

Перевірити правильність розв'язку, розв'язав задачу двома способами.

**Задача 12.** Канал зв'язку, в якому передаються сигнали  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , описаний наступною каналною матрицею:

$$p(a,b) = \begin{vmatrix} 0,01 & 0,10 & 0,11 & 0,02 \\ 0,02 & 0,12 & 0,05 & 0,07 \\ 0,20 & 0,08 & 0,07 & 0,03 \\ 0,02 & 0,03 & 0,06 & 0,01 \end{vmatrix}.$$

Знайти долю інформаційних втрат, котрі стосуються сигналу  $A_2$  при передачі сигналів  $A_1 \div A_4$  по даному каналу зв'язку.

**Задача 13.** Визначити кількість інформації в прийнятому наборі повідомлень, якщо задані умовні ймовірності переходу одного сигналу в інший та ймовірності появи сигналів на виході джерела повідомлень:  $p_a = 0,2$ ;  $p_b = 0,3$ ;  $p_c = 0,5$ ;

$$p(a/a) = p(b/b) = p(c/c) = 0,97;$$

$$p(b/a) = p(c/a) = p(a/b) = p(c/b) = \\ = p(a/c) = p(b/c) = 0,015$$

**Задача 14.** При передачі інформації по каналу зв'язку з перешкодами статичні дослідження дали наступні результати: цифра 1 із 100 разів була прийнята 95 разів, 3 рази була прийнята цифра 2 та 2 рази – цифра 3; цифра 2 із 100 разів була прийнята 97 разів, 1 раз – цифра 3, 2 рази – цифра 4; цифра 3 із 100 разів була прийнята 99 разів, 1 раз – цифра 4; цифра 4 із 100 разів була прийнята 100 разів. Визначити інформаційні втрати при передачі кожної окремої цифри по даному каналу зв'язку. Визначити кількість інформації, котра губиться в даному каналі зв'язку при передачі повідомлень, складених із алфавіту 1,2,3,4, якщо символи цього алфавіту з'являються на виході джерела повідомлень з ймовірностями:

$$p_1 = p_2 = p_3 = 0,3$$

$$p_4 = 0,1$$

**Задача 15.** Визначити кількість інформації при передачі  $K$  повідомлень по каналу зв'язку, описаному наступною каналною матрицею:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \end{vmatrix},$$

якщо на виході джерела повідомлень символи зустрічаються з ймовірностями:  $p(A_1) = 0,8$ ;  $p(A_2) = 0,1$ ;  $p(A_3) = 0,05$ ;

$p(A_4) = 0,05$ . Чи можна назвати повним інформаційний опис каналу зв'язку, представленого матрицею вигляду  $p(a_i, b_j)$  і чому?

**Задача 16.** При передачі по каналу зв'язку з перешкодами повідомлень за допомогою сигналів  $F_1, F_2, F_3, F_4$  були встановлені наступні статистичні характеристики переходу одного сигналу в інший:  $p(F_1/F_1) = 0,9$ ;  $p(F_1/F_2) = 0$ ;  $p(F_1/F_3) = p(F_1/F_4) = 0,05$ ;

$p(F_2/F_1) = 0,05$ ;  $p(F_2/F_2) = 0,84$ ;  $p(F_2/F_3) = 0,01$ ;  $p(F_2/F_4) = 0$ ;

$p(F_3/F_1) = 0,03$ ;  $p(F_3/F_2) = 0,06$ ;  $p(F_3/F_3) = 0,98$ ;  $p(F_3/F_4) = 0,1$ ;

$p(F_4/F_1) = 0,02$ ;  $p(F_4/F_2) = 0$ ;  $p(F_4/F_3) = 0,01$ ;  $p(F_4/F_4) = 0,9$ .

Чому рівна вага втрат при передачі інформації з використанням сигналів  $F_1$  та  $F_4$ ?

**Задача 17.** Дана матриця вигляду  $p(a_i, b_j)$  та ймовірності появи сигналів на виході джерела повідомлень  $p(a_i)$ . Чи можна визначити повні втрати при передачі інформації по даному каналу зв'язку?

**Задача 18.** Ентропія приймача  $H(B) = 1,918$  біт/символ. Умовна ентропія виду  $H(B/A) = 1,196$  біт/символ. Чому рівна кількість інформації при передачі 2000 елементарних посилок по каналу зв'язку, описаному приведеними інформаційними характеристиками?

**Задача 19.** Канал зв'язку описаний наступними інформаційними характеристиками:  $H(A)$ ,  $H(B)$  та  $H(B/A)$ . Чи достатньо цих характеристик для повного інформаційного опису каналу зв'язку?

**Задача 20.** Канал зв'язку описаний матрицею:

$$p(a, b) = \begin{vmatrix} 0,02 & 0,11 & 0,10 & 0,01 \\ 0,07 & 0,05 & 0,20 & 0,02 \\ 0,03 & 0,07 & 0,08 & 0,20 \\ 0,01 & 0,06 & 0,03 & 0,02 \end{vmatrix}.$$

Визначити повні інформаційні втрати при передачі  $N$  символів по даному каналу зв'язку?

## ЗАВДАННЯ 6

**Задача 1.** Повідомлення передаються війковим кодом. В першому випадку ймовірності появи 0 і 1 рівні відповідно  $p_0 = 0,8$  та  $p_1 = 0,2$ . Перешкоди в каналі зв'язку відсутні, тобто умовні ймовірності переходів 0 в 1 та 1 в 0 рівні нулю. В іншому випадку символи передаються з рівними ймовірностями  $p_0 = p_1 = 0,5$ , але в результаті дії перешкод умовні ймовірності переходів рівні  $p(1/1) = 0,8$ ;  $p(1/0) = 0,2$ ;  $p(0/0) = 0,8$ ;  $p(0/1) = 0,2$ . Чому рівна ентропія повідомлень в першому та в другому випадках?

**Задача 2.** В одному кошику два яблука і одна груша, в іншому три яблука та одна груша, в третьому два яблука та дві груші. Визначити повну умовну ентропію можливості витягнути яблуко випадково із будь-якого кошика.

**Задача 3.** Чому рівна умовна ентропія повідомлень, що передаються по каналу зв'язку, якщо канална матриця має вигляд:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

**Задача 4.** Визначити часткові умовні ентропії для кожного символу алфавіту  $a_1 \div a_4$ , якщо канал зв'язку для передачі повідомлень описується наступною каналною матрицею:

$$p(b/a) = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,94 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0,98 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,9 \end{vmatrix}.$$

Чому рівна загальна умовна ентропія для повідомлень, які передаються по каналу зв'язку, описаному приведеною вище каналною матрицею, якщо символи джерела повідомлень рівноймовірні?

Чому рівна загальна умовна ентропія для повідомлень, які передаються по даному каналу зв'язку, якщо розподіл ймовірностей появи символів на виході джерела повідомлень має вигляд:

$$p(a_1) = 0,15; \quad p(a_2) = 0,32; \quad p(a_3) = 0,25; \quad p(a_4) = 0,28.$$

**Задача 5.** Визначити загальну умовну ентропію повідомлень, які передаються по каналу зв'язку, котрий описується наступною каналною матрицею:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0,05 & 0,84 & 0,01 & 0 \\ 0,03 & 0,06 & 0,98 & 0,1 \\ 0,02 & 0 & 0,01 & 0,9 \end{vmatrix}.$$

Символи алфавіту, із якого складені повідомлення, – рівноймовірнісні.

**Задача 6.** Скласти довільну каналну матрицю, яка описує канал зв'язку:

- з боку джерела повідомлень;
- з боку приймача.

Показати процес визначення часткових та загальної умовної ентропії для двох випадків.

**Задача 7.** Визначити ентропію джерела повідомлень, якщо ймовірність появи на вході приймача  $p(b_1) = 0,1$ ;  $p(b_2) = 0,3$ ;  $p(b_3) = 0,4$ ;  $p(b_4) = 0,2$ , а канална матриця має вигляд:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,99 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0,97 \end{vmatrix}.$$



**Задача 8.** При передачі повідомлень по каналу зв'язку із шумом була отримана наступна статистика: частота  $f_1$  із 100 разів була прийнята 97 разів, 2 рази була прийнята частота  $f_2$  та 1 раз – частота  $f_3$ . При передачі  $f_2$  98 разів прийнята  $f_2$ , два рази –  $f_1$ . При передачі  $f_3$  96 разів прийнята  $f_3$ , два рази –  $f_2$  та два рази –  $f_4$ . При передачі  $f_4$  99 разів прийнята  $f_4$  та 1 раз – частота  $f_3$ .

Скласти каналну матрицю, яка описує даний канал зв'язку з точки зору умов походження частот  $f_1 \div f_4$ .

Визначити загальну умовну ентропію повідомлень, алфавітом яких є частоти  $f_1 \div f_4$ , якщо ймовірності появи цих частот в повідомленнях, що передаються, відповідно рівні  $p(f_1)=0,37$ ;  $p(f_2)=0,3$ ;  $p(f_3)=0,23$ ;  $p(f_4)=0,1$ .

Визначити ентропію прийнятих повідомлень.

**Задача 9.** Взаємодія двох систем  $A$  та  $B$  описується наступною матрицею:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,4 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{vmatrix}$$

Визначити безумовну ентропію системи  $A$  та системи  $B$ .

**Задача 10.** Джерело повідомлень  $X$  випрацьовує повідомлення за допомогою двох частот  $f_1$  та  $f_2$  з ймовірностями  $p_1=0,3$ ;  $p_2=0,7$ .

Друге джерело  $Y$  створює повідомлення за допомогою частот  $f_3$ ,  $f_4$  та  $f_5$ . Ймовірності появи цих частот в повідомленнях невідомі, але відомі умовні ймовірності їх появи відносно частот першого джерела:

$$p(3/1)=0,35; p(3/2)=0,4; p(4/1)=0,25; p(4/2)=0,3;$$

$$p(5/1)=0,4; p(5/2)=0,3.$$

Визначити:  $H(Y/X)$ ,  $H(X,Y)$ ,  $H(X,Y)_{\max}$ .

**Задача 11.** При передачі 100 сигналів, відповідних цифрі 7, статистика прийнятих сигналів розподілилась наступним чином: 7 – прийнята 90 разів, 5 – чотири рази, 9 – три рази, 10 – два рази, 4 – один раз. Чому рівна невизначеність того, що при передачі 7 буде прийнята цифра 7?

**Задача 12.** Чому рівна ентропія джерела повідомлень  $H(A)$ , ентропія приймача  $H(B)$ , ентропія об'єднання  $H(A, B)$ , якщо канал зв'язку описаний наступною каналною матрицею:

$$p(B, A) = \begin{vmatrix} 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,2 & 0,3 \end{vmatrix}.$$

**Задача 13.** Умовні ймовірності станів системи  $A$  відносно системи  $B$ :  $p(b_1/a_1) = 0,5$ ;  $p(b_2/a_1) = 0,5$ ;  $p(b_2/a_2) = 0,666$ ;

$$p(b_3/a_2) = 0,334$$
;  $p(b_2/a_3) = 0,4$ ;  $p(b_3/a_3) = 0,6$ ;

$p(b_3/a_1) = p(b_1/a_2) = p(b_1/a_3) = 0$ . Який вигляд має матриця ймовірностей поєднаної системи  $AB$ , якщо безумовні ймовірності системи  $A$ :  $p(a_1) = 0,2$ ;  $p(a_2) = 0,3$ ;  $p(a_3) = 0,5$ ?

**Задача 14.** Визначити всі можливі інформаційні характеристики каналу зв'язку, в котрому взаємозв'язок джерела з приймачем може бути описана матрицею виду:

$$p(A, B) = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{vmatrix}.$$

**Задача 15.** Ймовірності появи сигналів на вході приймача повідомлень рівні відповідно:  $p(b_1) = 0,2$ ;  $p(b_2) = 0,3$ ;  $p(b_3) = 0,5$ .

Канал зв'язку описаний наступною каналною матрицею:

$$p(a/b) = \begin{vmatrix} 0,97 & 0 & 0,01 \\ 0,02 & 0,98 & 0,01 \\ 0,01 & 0,02 & 0,98 \end{vmatrix}.$$

Визначити ентропію джерела повідомлень.

**Задача 16.** Визначити часткову умовну ентропію відносно кожного символу джерела повідомлень при передачі по каналу зв'язку, описаному наступною каналною матрицею:

$$p(a,b) = \begin{vmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,4 \end{vmatrix}.$$

**Задача 17.** В результаті статистичних досліджень каналу зв'язку були отримані наступні умовні ймовірності переходу одного сигналу в інший:

$$\begin{aligned} p(b_1/a_1) &= 0,85; & p(b_2/a_1) &= 0,1; & p(b_3/a_1) &= 0,05; & p(b_1/a_2) &= 0,09; \\ p(b_2/a_2) &= 0,91; & p(b_3/a_2) &= 0; & p(b_1/a_3) &= 0; & p(b_2/a_3) &= 0,08; \\ p(b_3/a_3) &= 0,92. \end{aligned}$$

**Задача 18.** Побудувати каналну матрицю та визначити загальну умовну ентропію повідомлень, що передаються по даному каналу зв'язку. Побудувати довільні каналні матриці, які описують канал зв'язку як з боку джерела повідомлень, так і з боку приймача. В чому різниця таких матриць? Як визначити часткові умовні ентропії по одній та по іншій матриці?

**Задача 19.** Побудувати довільну матрицю деякої поєднаної системи. Якими властивостями володіє така матриця?

Показати процес переходу від матриці з ймовірностями виду  $p(a,b)$  до матриці з ймовірностями виду  $p(b/a)$ ?

**Задача 20 .** Визначити повні умовні ентропії двох систем  $A$  та  $B$ , якщо матриця ймовірностей системи, отриманої в результаті поєднання систем  $A$  та  $B$ , має вигляд:

$$p(A,B) = \begin{vmatrix} 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,2 & 0,3 \end{vmatrix}.$$