

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ФОРМАЛЬНИХ ГРАМАТИК

Мета роботи: Необхідно розглянути основні поняття теорії формальних граматики: навчитись визначати тип граматики, ознайомитись із формою запису Бекуса-Наура та деревами виведення.

1 ВСТУП

Методи і положення математичної лінгвістики є теоретичною базою для створення алгоритмічних мов, для побудови систем автоматичного опрацювання мовного матеріалу в ЕОМ: машинного перекладу, інформаційного пошуку, автоматизації видавничих процесів, реферування й анотування наукової літератури, створення термінологічних банків, машинних фондів різних мов (система автоматизації трудомістких процесів у мовознавстві), автоматичного укладання словників, машинного розпізнавання і синтезу усного мовлення тощо.

2 ГРАМАТИКИ

2.1 Граматики з фразовою структурою

Алфавіт (або словник) V – це скінченна непорожня множина елементів, які називаються символами. Слово (або речення) над V – це ланцюжок скінченної довжини елементів з V . Порожній (або нульовий) ланцюжок – це ланцюжок, який не містить символів; він позначається через Λ . Множина всіх слів над V позначається через V^* .

Мова над V – це підмножина V^* . Мови можуть бути задані різними способами. Один з них – задати всі слова мови. Інший – означити критерій, якому повинні задовольняти слова, щоб належати мові.

Розглянемо ще один важливий спосіб задати мову – через використання граматики.

ГраMATИКА складається з множини символів різного типу та множини правил побудови слів.

Точніше: граMATИКА має алфавіт V , який є множиною символів, що використовуються для побудови слів мови. Деякі елементи алфавіту не можуть бути замінені іншими символами. Такі елементи називаються кінцевими (термінальними), а ті, що можуть бути замінені іншими символами, – нетермінальними. Вони позначаються через T та N відповідно.

Є спеціальний символ – елемент алфавіту – початковий символ, який позначається через S , з якого ми завжди починаємо.

Правила, які визначають, коли ми можемо замінити ланцюжок з V^* іншим ланцюжком, називаються продукціями граматики. Позначимо $w_0 \rightarrow w_1$ продукцію, яка означає, що ланцюжок w_0 має бути замінений на w_1 . Підсумуємо сказане. Граматика із фразовою структурою (ГФС) $G=(V, T, S, P)$ містить алфавіт – множину V , її підмножину T термінальних елементів, початковий символ $S(S \in V)$ та множину продукцій P . Множина V/T позначається через N . Елементи з N називаються нетермінальними. Кожна продукція з P повинна містити принаймні один нетермінальний елемент у лівій частині.

Приклад 1: $G=(V, T, S, P)$, де $V=\{a, b, A, B, S\}$, $T=\{a, b\}$, S -початковий символ, $P=\{S \rightarrow AVa, A \rightarrow BB, B \rightarrow ab, AB \rightarrow b\}$.

Це приклад ГФС. Нехай x та y – ланцюжки над алфавітом V . Конкатенацією x та y називається ланцюжок $z=xy$ (тобто до ланцюжка x дописано ланцюжок y).

Нас цікавитимуть слова (ланцюжки), які можуть бути породжені продукціями ГФС.

Нехай $G=(V, T, S, P)$ – ГФС, і нехай $w_0=lz_0r$, $z_0 \neq \Lambda$ (тобто w_0 – конкатенація l, z_0 та r) та $w_1=lz_1r$ – ланцюжки над V . Якщо $z_0 \rightarrow z_1$ є продукцією граматики G , то кажуть, що w_1 безпосередньо виводиться з w_0 і записують $w_0 \Rightarrow w_1$.

Якщо w_0, w_1, \dots, w_n – ланцюжки над V , такі, що $w_0 \Rightarrow w_1 \Rightarrow w_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow w_{n-1} \Rightarrow w_n$, то кажуть, що w_0 породжує w_n та використовують запис $w_0 \Rightarrow^* w_n$.

Послідовність кроків для отримання w_n з w_0 називається виведенням.

Приклад 2: Ланцюжок $Aaba$ безпосередньо виводиться з AVa у граматиці з прикладу 1, оскільки $B \rightarrow ab$ є продукцією граматики. Ланцюжок $abababa$ породжується ланцюжком AVa , оскільки $AVa \Rightarrow Aaba \Rightarrow BBaba \Rightarrow Bababa \Rightarrow abababa$ з допомогою продукцій $B \rightarrow ab, A \rightarrow BB, B \rightarrow ab$ та $B \rightarrow ab$ послідовно.

Нехай $G=(V, T, S, P)$ – ГФС. Мовою, що породжується G , позначається через $L(G)$, є множина всіх ланцюжків терміналів, які виводяться з початкового символу S , тобто $L(G)=\left\{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\right\}$.

Приклад 3: Нехай G – граматика з алфавітом $V=\{S, A, a, b\}$, множина терміналів $T=\{a, b\}$, початковий символ S і множина продукцій $P=\{S \rightarrow aA, S \rightarrow b, A \rightarrow aa\}$. Знайти мову $L(G)$, яка породжується цією граматиною.

Із початкового символу S можна вивести aA використовуючи продукцію $S \rightarrow aA$; можна також використати продукцію $S \rightarrow b$, щоб вивести b . З aA , скориставшись продукцією $A \rightarrow aa$, можна вивести aaa . Ніяких інших слів вивести не можна. Отже, $L(G)=\{b, aaa\}$.

Приклад 4: Нехай G граматика з алфавітом $V = \{S, 0, 1\}$, $T = \{0, 1\}$, початковий символ S та множина продукцій $P = \{S \rightarrow 11S, S \rightarrow 0\}$. Знайти $L(G)$.

Отримаємо з S 0 ($S \rightarrow 0$) або $11S$ ($S \rightarrow 11S$). З $11S$ може бути отримано 110 або $1111S$. З $1111S$ виводяться 11110 або 1111110 . Тобто після кожного виведення ми або додаємо дві одиниці в кінець ланцюжка або закінчуємо ланцюжок нулем. Тобто $L(G) = \{0, 110, 11110, 1111110, \dots\}$ – це множина всіх ланцюжків з парною кількістю тільки 1, після яких (у кінці) один 0.

Зауваження. Ми отримали нескінченну мову ($L(G)$ складається з нескінченної кількості ланцюжків). Щоб граматика G породжувала нескінченну мову, в множині продукцій повинно бути принаймні одне рекурсивне правило (у прикладі 4 це правило $S \rightarrow 11S$).

Важливою є проблема побудови граматики для заданої мови.

Приклад 5: Знайти ГФС, яка породжує множину $\{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$.

Потрібно дві продукції, щоб побудувати ланцюжок, який складається з однакової кількості нулів за яким слідує така ж кількість одиниць. Перша продукція додає один 0 на початок і одну 1 у кінець ланцюжка. Друга продукція замінює S на порожній ланцюжок Λ . Розв'язком є граматика $G = (V, T, S, P)$, $V = \{0, 1, S\}$, $T = \{0, 1\}$, S – початковий символ, $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \Lambda\}$.

Приклад 6: Знайти ГФС, яка генерує множину $\{0^n 1^m \mid n, m = 0, 1, 2, \dots\}$.

Таких граматик вважаємо дві:

$G_1: V = \{S, 0, 1\}, T = \{0, 1\}, P = \{S \rightarrow 0S, S \rightarrow S1, S \rightarrow \lambda\}$

$G_2: V = \{S, A, 0, 1\}, T = \{0, 1\}, P = \{S \rightarrow 0S, S \rightarrow 1A, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 1, S \rightarrow \Lambda\}$.

Цей приклад свідчить, що дві різні граматики можуть породжувати одну мову.

Іноді множина, яка легко описується, задається достатньо складною граматикою.

Приклад 7: Побудувати ГФС, яка породжує мову $\{0^n 1^n 2^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$.

Пропонується переконатися, що розв'язком цієї задачі є така граматика:

$G = (V, T, S, P)$, $V = \{0, 1, 2, S, A, B\}$, $T = \{0, 1, 2\}$, початковий символ S , множина продукцій

$P = \{S \rightarrow 0SAB; S \rightarrow \Lambda; BA \rightarrow AB; 0A \rightarrow 01; 1A \rightarrow 11; 1B \rightarrow 12; 2B \rightarrow 22\}$.

2.2 Типи граматик з фразовою структурою

Продукція, яка також називається правилом перетворення, дає можливість замінити одну послідовність символів іншою. ГФС класифікуються за типами продукцій. Ми розглянемо класифікацію, яку запропонував Хомський (Noah Chomsky) (див. табл. 1)

Табл. 1. Типи граматик.

Тип	Обмеження на продукції $w_1 \rightarrow w_2$
0	немає обмежень
1	$ w_1 \leq w_2 $, або $w_2 = \Lambda$
2	$w_1 = A$, де A – нетермінальний символ
3	$w_1 = A$ та $w_2 = aB$ чи $w_2 = a$, де A, B – нетермінальні символи, a – термінальний символ, або $S \rightarrow \Lambda$

У табл. 1. через $|w|$ позначено довжину ланцюжка w , тобто кількість символів у ньому. Співвідношення між граматиками різних типів ілюструється діаграмою на рис. 1.

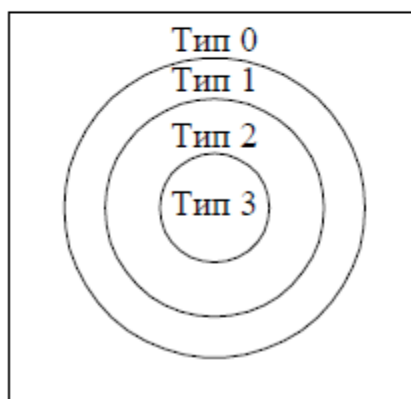


Рис. 1. Діаграма співвідношень між граматиками різних типів.

- Граматика типу 2 має продукції лише у формі $A \rightarrow w_2$, де A – нетермінальний символ. Ця граматика називається контекстно вільною, оскільки нетермінал A може бути замінений послідовністю w_2 у довільному ланцюжку щоразу, коли він зустрічається, тобто не залежно від контексту.

- Граматика типу 1 називається контекстно залежною. Коли у такій граматиці є продукція $lAr \rightarrow lw_2r$, у якій хоча б один з ланцюжків l, r відмінний від Λ , то нетермінал A може бути замінений ланцюжком w_2 лише в оточенні l та r , тобто у відповідному контексті, звідси і назва.

• Граматика типу 3 називається регулярною. Ця граматики може мати продукції лише у формі $A \rightarrow aB$, $A \rightarrow a$, $S \rightarrow \Lambda$, де A, B – нетерміналі, a – термінал.

Мова називається контекстно залежною, якщо існує принаймні одна контекстно залежна граматики, яка породжує цю мову. Мова називається контекстно вільною, якщо існує принаймні одна контекстно вільна граматики, яка породжує цю мову. І, нарешті, мова називається регулярною, якщо існує принаймні одна регулярна граматики, яка породжує цю мову.

Приклад 8. Мова $\{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$ є регулярною, оскільки вона може бути породжена регулярною граматикою G_2 прикладу 6.

Приклад 9. Мова $\{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$ є контекстно вільною мовою, оскільки вона породжена граматикою з продукціями $S \rightarrow 0S1$ та $S \rightarrow \Lambda$. Проте ця мова не є регулярною: не існує регулярної граматики, яка б цю мову породжувала. Цей факт вимагає окремого доведення.

Приклад 10. Мова $\{0^n 1^n 2^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$ є контекстно залежною мовою, оскільки вона може породжуватись граматикою типу 1 (див. приклад 7). Ця мова не може бути породжена жодною граматикою типу 2, цей факт також вимагає окремого доведення.

2.3 Дерева виведення

Виведення у мовах, породжених контекстно вільними граматиками, може зображатися графічно з використанням орієнтованих кореневих дерев. Ці дерева називають деревами виведення або синтаксичною розбору.

Кореню цього дерева відповідає початковий символ. Внутрішнім вершинам відповідають нетермінальні символи, що зустрічаються у виведенні. Листкам відповідають термінальні символи.

Нехай w – слово і $A \rightarrow w$ – продукція, яка використана у виведенні. Тоді вершина, яка відповідає нетермінальному символу A має синами вершини, які відповідають кожному символу w у порядку зліва направо.

Приклад 11: Визначити, чи слово $cbab$ належить мові, породженій граматиною $G=(V,T,S,P)$, де $V=\{a,b,c,A,B,C,S\}$, $T=\{a,b,c\}$, а множина продукцій

$$P=\{S \rightarrow AB, A \rightarrow Ca, B \rightarrow Ba, B \rightarrow Cb, B \rightarrow b, C \rightarrow cb, C \rightarrow b\}.$$

Розв'язати цю задачу можна двома способами.

1. Розбір зверху вниз.

Оскільки є лише одна продукція з S у лівій частині, то починаємо з $S \rightarrow AB$. Далі використаємо продукцію $A \rightarrow Ca$. Отже, маємо $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaB$.

Оскільки $cbab$ починається з символів cb , то використовуємо продукцію $C \rightarrow cb$, це дасть $S \Rightarrow AB \Rightarrow CaB \Rightarrow cbaB$. Завершуємо виведення, використавши продукцію $B \rightarrow b$:

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow CaB \Rightarrow cbaB \Rightarrow cbab.$$

Отже, слово $cbab$ належить мові $L(G)$.

2. Розбір знизу вверх.

Починаємо з рядка, який потрібно вивести: $cbab$. Можна використати продукцію $C \rightarrow cb$, отже, $Cab \Rightarrow cbab$.

Далі використаємо продукцію $A \rightarrow Ca$, тоді матимемо $Ab \Rightarrow Cab \Rightarrow cbab$. Використавши продукцію $B \rightarrow b$ отримаємо $AB \Rightarrow Ab \Rightarrow Cab \Rightarrow cbab$. Нарешті, використаємо продукцію $S \rightarrow AB \Rightarrow CaB \Rightarrow cbaB \Rightarrow cbab$: $S \Rightarrow AB \Rightarrow Ab \Rightarrow Cab \Rightarrow cbab$.

Дерево виведення для рядка $cbab$ у граматиці G зображено на рис.2.

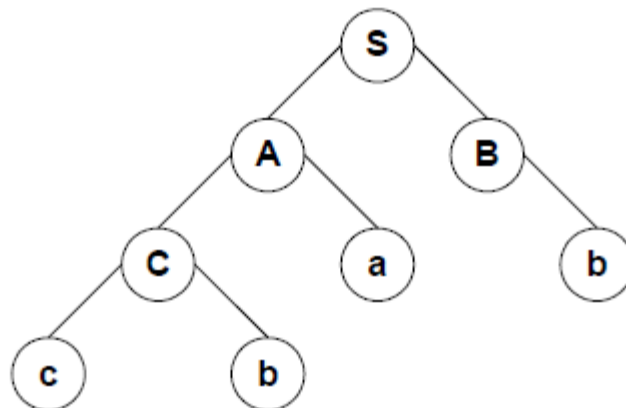


Рис. 2. Дерево виведення для рядка $cbab$.

2.4 Форми Бекуса-Наура

Для граматик типу 2 (контекстно вільних) окрім звичайного існує ще інший спосіб задання – форми Бекуса-Наура.

Продукції граматик типу 2 мають у лівій частині один символ (нетермінальний). Замість того, щоб виписувати окремо всі продукції, можна об'єднати в один вираз продукції з однаковим символом у лівій частині. У такому випадку замість символу \rightarrow у продукціях використовується символ $::=$. Усі нетермінали при цьому заключаються у трикутні дужки \triangleleft . Праві частини продукцій в одному виразі відокремлюються одна від одної символом $|$.

Наприклад, продукції $A \rightarrow Aa, A \rightarrow a, A \rightarrow AB$ можна зобразити таким одним виразом у формі Бекуса-Наура: $\triangleleft A \triangleleft ::= \triangleleft A \triangleleft a | a | \triangleleft A \triangleleft \triangleleft B \triangleleft$

Знайти продукції в граматиці, якщо у формі Бекуса-Наура вони записуються так:

$$\begin{aligned} \langle expression \rangle & ::= (\langle expression \rangle) | \langle expression \rangle + \\ \langle expression \rangle & | \langle expression \rangle * \langle expression \rangle | \langle variable \rangle \\ \langle variable \rangle & ::= x | y \end{aligned}$$

Зобразити дерево виведення у цій граматиці для ланцюжка $(x^*y)+x$.

Для зручності використаємо позначення E для $\langle expression \rangle$ (це буде і початковий символ) та V для $\langle variable \rangle$.

Тоді правилами перетворення (продукціями граматики будуть)

$E \rightarrow (E), E \rightarrow E + E, E \rightarrow E * E$ та $E \rightarrow V$ з першого виразу, а також $V \rightarrow x$ та $V \rightarrow y$ з другого виразу.

Дерево виведення зображено на рис. 3.

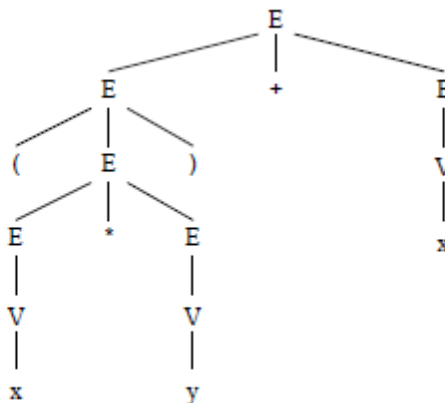


Рис. 3. Дерево виведення для рядка $(x^*y)+x$.

4 ЗАВДАННЯ

5.1 Нехай $V = \{S, A, B, a, b\}$, $T = \{a, b\}$. Множини продукцій задані нижче а) - j). Визначити, чи є граMATика $G = (V, T, S, P)$ граMATикою типу 0, але не типу 1; граMATикою типу 1, але не типу 2; граMATикою типу 2, але не типу 3 або граMATикою типу 3:

5.1.1 $P = \{S \rightarrow aAB, A \rightarrow Bb, B \rightarrow \Lambda\};$

5.1.2 $P = \{S \rightarrow Aa, A \rightarrow a, A \rightarrow b\};$

5.1.3 $P = \{S \rightarrow ABa, AB \rightarrow a\};$

5.1.4 $P = \{S \rightarrow ABA, A \rightarrow aB, B \rightarrow ab\};$

5.1.5 $P = \{S \rightarrow bA, A \rightarrow B, B \rightarrow a\};$

5.1.6 $P = \{S \rightarrow aA, aA \rightarrow B, B \rightarrow aA, A \rightarrow b\};$

5.1.7 $P = \{S \rightarrow bA, A \rightarrow b, S \rightarrow \Lambda\};$

5.1.8 $P = \{S \rightarrow AB, B \rightarrow aAb, aAb \rightarrow b\};$

5.1.9 $P = \{S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow b, B \rightarrow \Lambda\};$

5.1.10 $P = \{S \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow \Lambda\}.$

5.2 Нехай G – граMATика з $V = \{a, b, c, S\}$, $T = \{a, b, c\}$, початковий символ S і множина продукцій $P = \{S \rightarrow abS, S \rightarrow bcS, S \rightarrow bbS, S \rightarrow a, S \rightarrow cb\}$

Побудувати дерево виводу для рядків 1 - 3:

1. bcbba	2. bbbcbba	3. bcabbbbbbcb
----------	------------	----------------

5.3 Нехай G – граMATика з $V = \{a, b, c, A, B, C, S\}$, $T = \{a, b, c\}$, початковий символ S і множина продукцій

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow Ca, B \rightarrow Ba, B \rightarrow Cb, B \rightarrow b, C \rightarrow cb, C \rightarrow b\}$$

Використати граMATичний розбір зверху вниз та знизу вверх для визначення, чи належить кожний із рядків 1-4 мові, яка породжується цією граMATикою:

1. baba	2. abab	3. cbaba	4. bbbcbba
---------	---------	----------	------------

5.4 Задано множину продукцій у формі Бекуса-Наура:

$$\langle E \rangle ::= (\langle E \rangle) | \langle E \rangle + \langle E \rangle | \langle E \rangle * \langle E \rangle | \langle V \rangle | \langle C \rangle$$

$$\langle V \rangle ::= x | y$$

$$\langle C \rangle ::= 1 | 2$$

Вивести ланцюжок. Намалювати дерево виведення.

5.4.1 $x + (y + y) \cdot y;$

5.4.12 $2 \cdot (x + y + 1);$

5.4.2 $x + y \cdot (x + x) + y;$

5.4.13 $2 \cdot (1 + x \cdot 2 \cdot (y + y));$

5.4.3 $(x + 1) \cdot (y + 2);$

5.4.14 $(x + 1) \cdot (x + 1) \cdot (y + 1);$

5.4.4 $x + (y + (x + y));$

5.4.15 $y + y + y \cdot (x + x + 1);$

5.4.5 $x + x \cdot (x + 2);$

5.4.16 $2 \cdot (x + y + 1) + 1;$

5.4.6 $2 + x \cdot y + (x + 1);$

5.4.17 $2 + 2 \cdot (x + y + 1) + x;$

5.4.7 $x + (x + 1 + 2 \cdot x);$

5.4.18 $x + y + (x + 1) \cdot 2;$

5.4.8 $(2 + x) \cdot y + x + y;$

5.4.19 $2 \cdot y + 2 \cdot (x + y) + 1;$

5.4.9 $1 + (x + y) \cdot (x + x);$

5.4.20 $x \cdot y \cdot y + y \cdot (x + 1);$

5.4.10 $x + (1 + (2 + (x + y)));$

5.4.11 $x \cdot y \cdot (x + 1 + y);$

5.5 Паліндромом називається рядок, який однаково читається у прямому і зворотному напрямках. Визначити контекстно вільну граматику, яка породжує всі паліндроми над алфавітом $\{0,1\}$.

5.6 Дано граматику $G=(V, T, S, P)$, де $V=\{0, 1, S, A, B\}$, $T=\{0,1\}$, S – початковий символ. Виконати наступні завдання:

- Побудувати мову, породжену такою граматикую.
- Визначити тип граматики.

5.6.1 $P=\{S \rightarrow 0A, S \rightarrow \Lambda, S \rightarrow 0, A \rightarrow 1\}$;

5.6.2 $P=\{S \rightarrow 101A, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 0\}$;

5.6.3 $P=\{S \rightarrow 0A, S \rightarrow 1B, A \rightarrow 0, B \rightarrow 0\}$

5.6.4 $P=\{S \rightarrow 0A, A \rightarrow 01, S \rightarrow 0B, B \rightarrow 10\}$;

5.6.5 $P=\{S \rightarrow 1S, S \rightarrow 0, S \rightarrow B, B \rightarrow 01\}$;

5.6.6 $P=\{S \rightarrow B01, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 0\}$;

5.6.7 $P=\{S \rightarrow 1A, A \rightarrow 1, A \rightarrow 0, S \rightarrow 0\}$;

5.6.8 $P=\{S \rightarrow 111S, S \rightarrow \Lambda\}$;

5.6.9 $P=\{S \rightarrow 0A, A \rightarrow 01B, S \rightarrow 0B, B \rightarrow 10\}$;

5.6.10 $P=\{S \rightarrow 0S, A \rightarrow A1, S \rightarrow A, A \rightarrow \Lambda\}$;

5.6.11 $P=\{S \rightarrow S1, S \rightarrow A, S \rightarrow 1, S \rightarrow \Lambda, A \rightarrow 0\}$;

5.6.12 $P=\{S \rightarrow 1A, A \rightarrow 101, S \rightarrow 0B, B \rightarrow 010\}$;

5.6.13 $P=\{S \rightarrow 01A, A \rightarrow 00, S \rightarrow 0B, B \rightarrow 110\}$;

5.6.14 $P=\{S \rightarrow 1A, S \rightarrow 0, S \rightarrow \Lambda, B \rightarrow 1, A \rightarrow 0B\}$;

5.6.15 $P=\{S \rightarrow 0S, S \rightarrow \Lambda, S \rightarrow 1\}$;

5.6.16 $P=\{S \rightarrow 1B, S \rightarrow 0, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 1, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1\}$;

5.6.17 $P=\{S \rightarrow AB, A \rightarrow 1, S \rightarrow 1A, B \rightarrow 01\}$;

5.6.18 $P=\{S \rightarrow S11, S \rightarrow 0\}$;

5.6.19 $P=\{S \rightarrow 10S1, S \rightarrow \Lambda\}$;

5.6.20 $P=\{S \rightarrow 1B0, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 0\}$.

5.7 Побудувати граматику, яка породжує мову.

5.7.1 $L(G) = \{2^{2^n}1, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.2 $L(G) = \{2^{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.3 $L(G) = \{0^{2^n}a^{n+2}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.4 $L(G) = \{2^n1^{m+2}, n, m = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.5 $L(G) = \{2^{2^n}1^{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.6 $L(G) = \{0^n2^{3m}, n, m = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.7 $L(G) = \{2^{2^n}1^{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.8 $L(G) = \{2^{2^n}0^{3m}, n, m = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.9 $L(G) = \{2^{3^n}0, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.10 $L(G) = \{2^{2^n}0^{n+2}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.11 $L(G) = \{2^{2^n}1^{2^{n+1}}, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.12 $L(G) = \{013^{2^n}1, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.13 $L(G) = \{2^{2^n}aba, n = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.14 $L(G) = \{2^n1^{n+m}3^m, n, m = 0, 1, 2, \dots\}$

5.7.15 $L(G) = \{2^n1, n = 2, 3, 4, \dots\}$

5.7.16 $L(G) = \{c2^{2^n}, n = 1, 2, \dots\}$