

## Лабораторна работа № 5

### ТЕМА: Імітаційне моделювання для дослідження систем масового обслуговування

#### 1. Подготовительная часть.

Для выполнения лабораторной работы необходимо повторить следующие вопросы:

4. Понятия входного и выходного потоков СМО.
5. Определение основных операционных характеристик СМО.

#### 2. Теоретическая часть.

##### 1. Моделирование входного потока

Входной и выходной потоки СМО можно задавать различными способами:

- 1) Задавая количество поступающих заявок в единицу времени ( $\lambda$ ), например:

Таблица 1

Количество клиентов, прибывающих в час	1	2	3	4
Процент часов	40	30	20	10

- 2) Задавая интервал времени между поступившими заявками, например:

Таблица 2

Время между двумя последовательными прибытиями (мин)	1	2-10	11-20	21-30	31-40	>40
Процент клиентов	5	20	20	30	10	15

Хотя эта информация и имеет одинаковую ценность, все же при моделировании лучше фиксировать время между прибытием клиентов (интервал между последовательными поступлениями требований), а не число прибытий за определенный период. Из таблицы видно, что после прибытия клиента имеется 5%-ная вероятность того, что следующий клиент придет через минуту, и 20%-ная вероятность того, что следующий клиент подьдет в течение следующих 9 минут.

**Пример 1.** Пусть в некой системе массового обслуживания входной поток описывается в соответствии с таблицей 2. Тогда можно смоделировать следующую систему прибытия заявок (с учетом начала отсчета в 8:00 и усреднив интервал между поступлениями заявок):

случ. число	интервал	Интервал (в минутах)	время прибытия заявки
67	25	0:25	8:25
10	5	0:05	8:30
72	25	0:25	8:55
38	15	0:15	9:10
68	25	0:25	9:35
94	45	0:45	10:20
25	5	0:05	10:25
70	25	0:25	10:50
66	25	0:25	11:15
97	45	0:45	12:00
60	25	0:25	12:25
100	45	0:45	13:10
43	15	0:15	13:25
43	15	0:15	13:40

**Примечание:** В редакторе Excel для получения интервала в минутах можно воспользоваться функцией ВРЕМЯ(ч;м;с), преобразующей заданные в виде чисел часы, минуты и секунды в формат времени Excel.

## 2. Моделирование СМО в Excel

**Пример 2.** Пусть моделируется СМО без отказов с 1 прибором обслуживания, в которой интервал времени между поступившими заявками и время обслуживания заявок – случайная величина, имеющая равномерное распределение в интервале (1;10) и (1;8) соответственно. В этом случае таблица имитационной модели будет выглядеть так:

A	B	C	D	E	B	G	H	I	J
	время поступления	продолжительность обслуживания	начало обслуживания	время пребывания в системе	время в очереди	время выбытия	номер клиента	номер обслуживающегося	длина очереди
5									
6	8:08:00	0:06	8:08	0:06	0,00	8:14:00	1	0	0
7	8:10:00	0:01	8:14	0:05	4,00	8:15:00	2	0	1
8	8:14:00	0:03	8:15	0:04	1,00	8:18:00	3	1	1
9	8:18:00	0:06	8:18	0:06	0,00	8:24:00	4	3	0
....									
49	11:36:00	0:07	11:36	0:07	0,00	11:43:00	43	42	0
50	11:40:00	0:06	11:43	0:09	3,00	11:49:00	44	42	1
51	Среднее	0:04		0:08	4,11				0,533333

В этой таблице вычисления производятся следующим образом:

Шаблон листа Excel представлен в Таблице 5.

Столбец B формируется путем прибавления случайного временного интервала (СЛУЧМЕЖДУ (1;10)) к времени прибытия предыдущей заявки. Так как этот интервал является количеством минут, то случайное число необходимо преобразовать в значение времени в минутах с помощью функции ВРЕМЯ.

Столбец C представляет собой случайный интервал времени – время обслуживания заявки.

Столбец D – время начала обслуживания. В случае, если предыдущая заявка к моменту поступления текущей уже закончила обслуживаться, то есть время поступления текущей заявки больше времени выбытия предыдущей заявки, начало обслуживания совпадает со временем прибытия, иначе – со временем выбытия предыдущей заявки.

Столбец G – время выбытия заявки – равен сумме времени начала обслуживания (столбец D) и продолжительности обслуживания (столбец C).

Столбец E – время пребывания в системе – равен разности между временем выбытия и временем поступления заявки.

Столбец F – время в очереди – это время в минутах, разность между временем пребывания в системе и временем обслуживания. Поскольку нулевая разность может вызвать ошибку преобразования типов, в ячейке установлена система проверки.

Столбец I - номер обслуживаемого клиента (на момент поступления текущей заявки). Во всех строках, кроме первых 2, рассчитывается как номер последнего клиента, время выбытия которого меньше времени поступления текущей заявки. Расчет выполняется с помощью функции ВПР.

Функция ВПР (<искомое значение>;<таблица>;<требуемый столбец>) ищет значение, равное или меньшее <искомого значения> в левом столбце <таблицы> и возвращает значение, находящееся в <требуемом столбце> той же строки. В данном случае <искомое значение> представляет собой время поступления заявки, <таблица> состоит из столбцов Время выбытия и Номер клиента, а так как <требуемый столбец>=2, то функция возвращает номер клиента, обслуживаемого на момент поступления текущей заявки.

Столбец J – длина очереди на момент поступления заявки – разница между номером обслужившегося на данный момент клиентом и номером текущего клиента, с вычетом клиента, обслуживаемого на данный момент.

Таблица 5

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	время поступления	продолжительность обслуживания	начало обслуживания	время пребывания в системе	время в очереди	время выбытия	номер клиента	номер обслужившегося	длина очереди
6	=ВРЕМЯ(8;0;0)+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=B6	=G6-B6	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E6)<>МИНУТЫ(C6);МИНУТЫ(E6-C6);0)	=D6+C6	1	0	=H6-I6-1
7	=B6+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B7>G6;B7;G6)	=G7-B7	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E7)<>МИНУТЫ(C7);МИНУТЫ(E7-C7);0)	=D7+C7	2	=ЕСЛИ(B7<G6;0;1)	=H7-I7-1
8	=B7+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B8>G7;B8;G7)	=G8-B8	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E8)<>МИНУТЫ(C8);МИНУТЫ(E8-C8);0)	=D8+C8	3	=ВПР(B8;G\$6:H8;2)	=H8-I8-1
9	=B8+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B9>G8;B9;G8)	=G9-B9	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E9)<>МИНУТЫ(C9);МИНУТЫ(E9-C9);0)	=D9+C9	4	=ВПР(B9;G\$6:H9;2)	=H9-I9-1
49	=B48+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B49>G48;B49;G48)	=G49-B49	... =ЕСЛИ(МИНУТЫ(E49)<>МИНУТЫ(C49);МИНУТЫ(E49-C49);0)	=D49+C49	44	=ВПР(B49;G\$6:H49;2)	=H49-I49-1
50	=B49+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B50>G49;B50;G49)	=G50-B50	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E50)<>МИНУТЫ(C50);МИНУТЫ(E50-C50);0)	=D50+C50	45	=ВПР(B50;G\$6:H50;2)	=H50-I50-1
51	Среднее	=СРЗНАЧ(C6:C50)			=СРЗНАЧ(F6:F50)				=СРЗНАЧ(J7:J50)

## 2. Моделирование СМО в MathCad

Задачу из Примера 2 можно решить аналогичным образом в MathCad. Для упрощения модели можно задавать время не в формате времени, а в количестве минут (модельного времени), прошедших с начала запуска модели. В таком случае модуль MathCad может выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \text{ORIGIN}:=1 \\
 & F(n):= \begin{cases} K_{1,1} \leftarrow 1 \\ K_{1,2} \leftarrow \text{rnd}(10) \\ K_{1,3} \leftarrow \text{rnd}(8) \\ K_{1,4} \leftarrow 0 + K_{1,2} \\ K_{1,5} \leftarrow K_{1,4} + K_{1,3} \\ K_{1,6} \leftarrow 0 \\ K_{1,7} \leftarrow K_{1,4} - K_{1,2} \\ K_{1,8} \leftarrow K_{1,5} - K_{1,2} \\ \text{for } i=2,3..n \end{cases}
 \end{aligned}$$

```

Ki,1 ← 1
Ki,2 ← Ki-1,2 + rnd(10)
Ki,3 ← rnd(8)
Ki,4 ← Ki-1,5 if Ki,2 < Ki-1,5
Ki,4 ← Ki,2 otherwise
Ki,5 ← Ki,4 + Ki,3
Ki,7 ← Ki,4 - Ki,2
Ki,8 ← Ki,5 - Ki,2
m ← 0
for j = 1, 2, 1 - 1
  m ← m + 1 if Ki,5 < Ki,2
Ki,6 ← 1 - m - 1

```

В данном модуле также используется таблица (К), строки которой соответствуют обслуживаемым заявкам (n строк – n заявок), а столбцы распределены следующим образом (нумерация начинается с 1, что задано свойством ORIGIN=1):

- 1 – номер клиента (заявки)
- 2 – время поступления (число минут с начала работы)
- 3 – время обслуживания (в минутах)
- 4 – время начала обслуживания
- 5 – время окончания обслуживания
- 6 – длина очереди
- 7 – время пребывания в очереди
- 8 – время пребывания в системе

Задав количество заявок (n=45) получаем следующие результаты:

n := 45

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	8.355	4.329	8.355	12.684	0	0	4.329
2	2	14.563	7.324	14.563	21.887	0	0	7.324
3	3	23.998	1.221	23.998	25.218	0	0	1.221
4	4	32.921	3.326	32.921	36.247	0	0	3.326
5	5	35.097	7.7	36.247	43.947	1	1.15	8.85
6	6	42.902	3.507	43.947	47.454	1	1.045	4.551
7	7	47.396	1.569	47.454	49.022	1	0.057	1.626
8	8	49.651	5.377	49.651	55.029	0	0	5.377
9	9	58.424	2.804	58.424	61.227	0	0	2.804
10	10	67.089	2.765	67.089	69.853	0	0	2.765
11	11	75.554	1.091	75.554	76.645	0	0	1.091
12	12	80.695	3.847	80.695	84.541	0	0	3.847
13	13	81.645	0.356	84.541	84.897	1	2.896	3.252
14	14	84.124	6.179	84.897	91.077	2	0.773	6.953
15	15	90.752	4.295	91.077	95.372	1	0.325	4.62
16	16	92.15	0.73	95.372	96.102	1	3.222	3.952
17	17	96.422	6.903	96.422	103.326	0	0	6.903
18	18	102.429	4.909	103.326	108.234	1	0.897	5.805

$$Lq := \frac{\sum F(n)^{(6)}}{n}$$

$$Lq = 0.533$$

$$Wq := \frac{\sum F(n)^{(7)}}{n}$$

$$Wq = 4.298$$

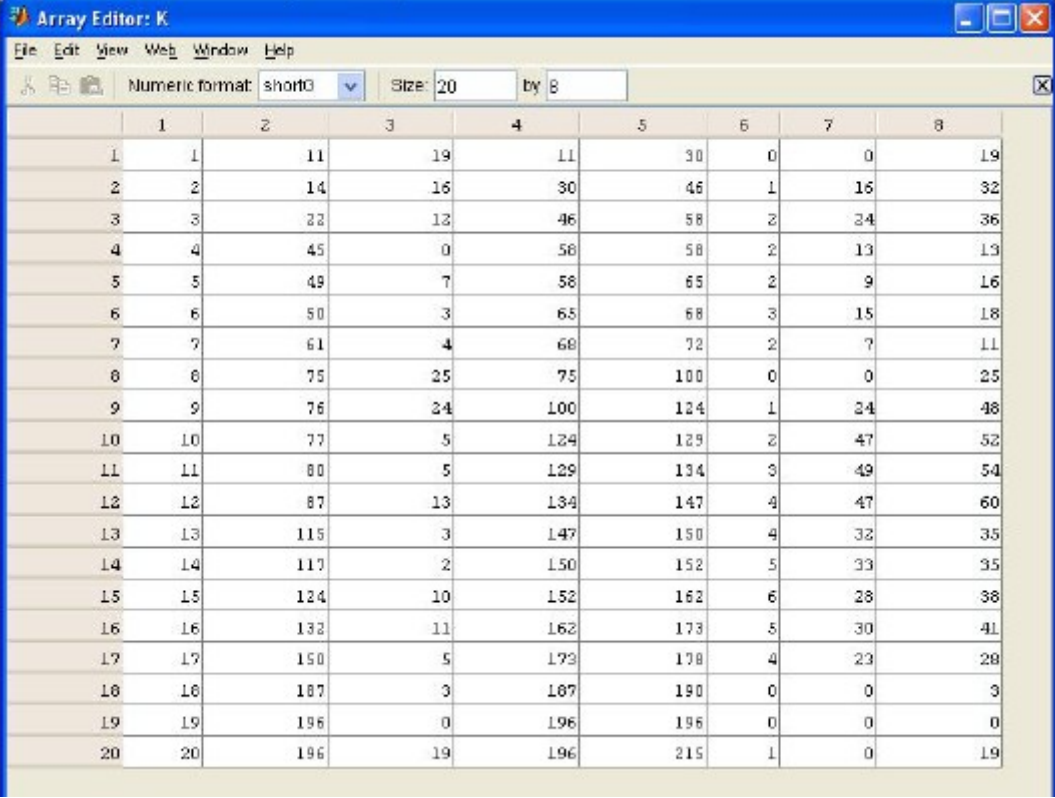
Поскольку обычно время между соседними заявками и время обслуживания заявки – случайные величины, распределенные по экспоненциальному закону, то можно использовать генератор случайных чисел с соответствующим распределением.

### 3. Моделирование СМО в MATLAB

**Пример 3.** Пусть моделируется СМО без отказов с 1 прибором обслуживания, в которой интервал времени между поступившими заявками и время обслуживания заявок – случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение в интервале со средними 12 и 10 мин. соответственно. Модуль в MATLAB будет выглядеть следующим образом: (нумерация и распределение столбцов такое же, как и в предыдущем примере)

```
n=20;
K(1,1)=1;
K(1,2)=round(Random('exp',12))
K(1,3)=round(Random('exp',10))
K(1,4)=K(1,2)
K(1,5)=K(1,4)+K(1,3)
K(1,6)=0
K(1,7)=K(1,4)-K(1,2)
K(1,8)=K(1,5)-K(1,2)
for i=2:n
    K(i,1)=i;
    K(i,2)=K(i-1,2)+round(Random('exp',12))
    K(i,3)=round(Random('exp',10))
    if K(i,2)<K(i-1,5)
        K(i,4)=K(i-1,5)
    else K(i,4)=K(i,2)
    end;
    K(i,5)=K(i,4)+K(i,3)
    K(i,7)=K(i,4)-K(i,2)
    K(i,8)=K(i,5)-K(i,2)
    m=0;
    for j=1:i-1
        if K(j,5)<K(i,2)
            m=m+1;
        end;
    end;
    K(i,6)=i-m-1
end;
```

Результат моделирования представлен в таблице:



	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	11	19	11	30	0	0	19
2	2	14	16	30	46	1	16	32
3	3	22	12	46	58	2	24	36
4	4	45	0	58	58	2	13	13
5	5	49	7	58	65	2	9	16
6	6	50	3	65	68	3	15	18
7	7	61	4	68	72	2	7	11
8	8	75	25	75	100	0	0	25
9	9	76	24	100	124	1	24	48
10	10	77	5	124	129	2	47	52
11	11	80	5	129	134	3	49	54
12	12	87	13	134	147	4	47	60
13	13	115	3	147	150	4	32	35
14	14	117	2	150	152	5	33	35
15	15	124	10	152	162	6	28	38
16	16	132	11	162	173	5	30	41
17	17	150	5	173	178	4	23	28
18	18	187	3	187	190	0	0	3
19	19	196	0	196	196	0	0	0
20	20	196	19	196	215	1	0	19

## **ЗАВДАННЯ НА ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ**

1. Реалізувати приклад 1 в середовищі LibreOffice (OpenOffice) та Gnumeric.
2. Приклад 2 перевірити в середовищі MathCAD.
3. Перетранслювати приклад 3 з MathLab до SciLab.
4. Результати виконаної роботи внести до звіту, який разом з розробленими програмами відіслати e-mail викладачу.