Лекція 03.
Нелінійні регресійні моделі

Поліноміальна множинна регресійна модель

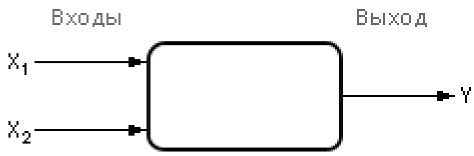

Рис. 3.1. Позначення двовимірної моделі чорного ящика на схемах

Якщо чорний ящик має, наприклад, два входи, а залежність виходу від входів нагадує квадратичну, то доцільно вибрати таку гіпотезу:

$$Y = A_0 + A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot X_1 \cdot X_2 + A_4 \cdot X_1 \cdot X_1 + A_5 \cdot X_2 \cdot X_2.$$

Позначимо: $Z_1 = X_1 \cdot X_2$; $Z_2 = X_1 \cdot X_1$; $Z_3 = X_2 \cdot X_2$ і підставимо ці вираження в попередню формулу:

$$Y = A_0 + A_1 \cdot X_1 + A_2 \cdot X_2 + A_3 \cdot Z_1 + A_4 \cdot Z_2 + A_5 \cdot Z_3.$$

Таким чином, дана задача зведена до лінійної множинної моделі. А модель чорного ящика тепер виглядає так, як показано на мал. 3.2.

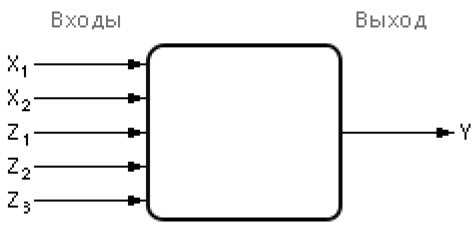

Рис. 3.2. Перетворена модель чорного ящика

Мультиплікативна регресійна модель

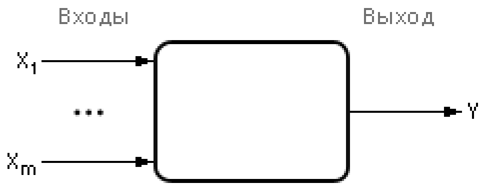

Рис. 3.3. Позначення моделі багатомірного чорного ящика на схемах

$$Y = A_0 \cdot X_1^{A_1} \cdot X_2^{A_2} \cdot \ldots \cdot X_m^{A_m}...$$

Прологарифмуємо ліву й праву частини даного рівняння:

$$\ln(Y) = \ln(A_0) + A_1 \cdot \ln(X_1) + A_2 \cdot \ln(X_2) + \ldots + A_m \cdot \ln(X_m)...$$

Позначимо:

$$W = \ln(Y),\ B_0 = \ln(A_0),\ Z_1 = \ln(X_1),\ Z_2 = \ln(X_2),\ \ldots,\ Z_m = \ln(X_m)...$$

Одержимо:

$$W = B_0 + A_1 \cdot Z_1 + A_2 \cdot Z_2 + \ldots + A_m \cdot Z_m...$$

Тобто знову здійснений перехід до лінійної множинної моделі.

Зворотна регресійна модель

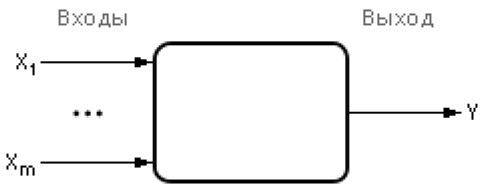

Рис. 3.4. Позначення моделі багатомірного чорного ящика на схемах

$$Y = k/(A_0 + A_1X_1 + \ldots + A_mX_m)...$$

Замінимо: $W = 1/Y$, $a_i = A_i/k$. І перейдемо до лінійної множинної моделі:

$$W = a_0 + a_1 \cdot X_1 + \ldots + a_m \cdot X_m...$$

Експонентна модель

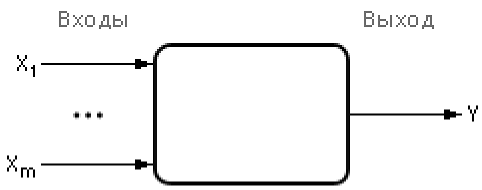

Рис. 3.5. Позначення моделі багатомірного чорного ящика на схемах

$$Y = e_0^{+B_1X_1 + B_2X_2 + \ldots + B_mX_m}...$$

Прологарифмуємо ліву й праву частини рівняння:

$$\ln(Y) = B_0 + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + \ldots + B_m \cdot X_m...$$

Виконаємо заміну $W = \ln(Y)$ і одержимо:

$$W = B_0 + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + \ldots + B_m \cdot X_m \ldots$$

Далі користуємося вираженням для лінійної множинної моделі.