Лекція 34.

Приховані марковські моделі

Марковський процес – це випадковий процес, конкретні значення якого для будь-якого заданого часового параметру $t+1$ залежать від значення у момент часу t, але не залежать від його значень у моменти часу $t-1, t-2$ і т. д. [8, 9].

Прихована марковська модель (ПММ) – це статистична модель, що імітує роботу процесу схожого на марковський процес із невідомими параметрами, із завданням розгадування невідомих параметрів на основі спостережуваних .

У звичайній марковській моделі стан видимий спостерігачеві, тому ймовірності переходів – єдиний параметр. У ПММ, ми можемо стежити лише за змінними на які впливає даний стан. Кожен стан має імовірнісний розподіл серед всіх можливих вихідних значень. Тому послідовність символів згенерована ПММ подає інформацію про послідовності станів. На рисунку 1 приведена діаграма переходів у прихованій марковській моделі, де x - приховані стани; y - спостережувані результати; a - ймовірності переходів; b - ймовірність результату.

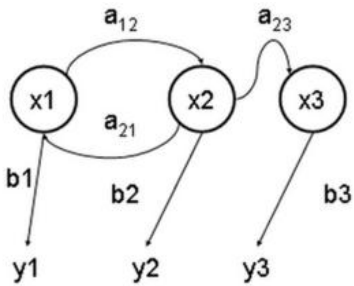

Рис. 1 – Діаграма переходів у прихованій марковській моделі

На рисунку 2 представлена діаграма загальної архітектури ПММ. Овали являють собою змінні з випадковим значенням. Випадкова змінна $x(t)$ являє собою значення прихованої змінної в момент часу t. Випадкова змінна $y(t)$ це значення спостережуваної змінної в момент часу t. Стрілки на діаграмі символізують умовні залежності.

З діаграми стає ясно, що значення схованої змінної $x(t)$ (у момент часу t) залежить тільки від значення прихованої змінної $x(t-1)$ (у момент $t-1$). Це називається властивістю Маркова. Хоча в той же час значення спостережуваної змінної $y(t)$ залежить тільки від значення прихованої змінної $x(t)$ (обидві в момент часу t).

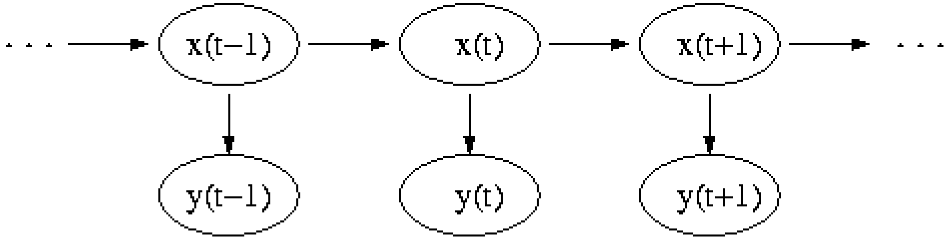

Рис. 2 – Загальна архітектура ПММ

Ймовірність побачити послідовність $Y = y(0), y(1), \ldots, y(L-1)$ довжини L дорівнює:

$$P(Y) = \sum_{X} P(Y|X)P(X) \qquad ($$

Тут сума пробігає по всіх можливих послідовностях прихованих вузлів $X = x(0), x(1), \ldots, x(L-1)$.

Метод підрахунку повним перебором значення $P(Y)$ дуже трудомісткий для багатьох завдань із реального життя, у силу того, що кількість можливих послідовностей прихованих вузлів дуже велика. Але, є світло наприкінці тунелю... Застосування процедури «назад» дозволяє істотно збільшити швидкість обчислень.

Розглянемо систему, яку у будь-який момент часу можна описати одним з N станів, $S_1, S_2, ..., S_N$. Через певний проміжок часу система може змінити свій стан або залишитися в колишньому стані відповідно ймовірностям, зазначеним для цих станів. Моменти часу, коли ми реєструємо стан системи ми позначимо як $t = 1,2,...$, а стан в момент часу t – ми позначимо q_t. Повний опис розглянутої вище системи, повинен містити поточний стан (в момент часу t) і послідовність всіх попередніх станів, через які пройшла система. В окремих випадках опис системи зводиться до вказівки поточного та попереднього стану.

$$P\left\lfloor q_t = S_j \middle| q_{t-1} = S_i, q_{t-2} = S_k, ... \right\rfloor = P\left\lfloor q_t = S_j \middle| q_{t-1} = S_i \right\rfloor$$ (

Крім того, ми також вважаємо що процеси, що протікають у системі, не залежать від часу, про що нам говорить права частина формули (2). Таким чином, систему можна описати безліччю ймовірностей a_{ij} у вигляді:

$$a_{ij} = P\left[q_t = S_j \middle| q_{t-1} = S_i\right], 1 \le i, j \le N \qquad (3$$

де a_{ij} – це ймовірність переходу з стану i в стан j в даний момент часу. Оскільки ці ймовірності характеризують випадковий процес, вони мають звичайні властивості, тобто: $a_{i,j} \ge 0$, $\sum_{j=1}^{N} a_{ij} = 1$.